

POLITICA CAMBIARIA OPTIMA EN LA ECONOMIA PEQUEÑA (°)

por R. Mantel y Ana M. Martirena-Mantel*

I - INTRODUCCION

Los últimos años han presenciado la aparición de varios trabajos tendientes a explorar -con un sentido de Economía Positiva- las consecuencias macroeconómicas de varias políticas cambiarias que pueden ser englobadas dentro del concepto general de flexibilidad limitada del tipo de cambio.

Williamson (1979) reconoce la existencia de cinco sistemas cambiarios con vida propia e independiente los cuales -por orden cronológico de adopción en el mundo occidental- abarcan el amplio espectro que va desde: tipos de cambio fijos, tipos de cambio ajustables ("adjustable peg"), flotación administrada ("managed floating"), minidevaluaciones ("crawling peg"), en sus dos variantes ("fórmula variant" y "decision variant") hasta la flotación libre.

A diferencia de los sistemas clásicos de tasas permanentemente fijas o permanentemente flotantes, en la clasificación diseñada por Williamson la flexibilidad limitada se identificaría con el sistema de flotación administrada adoptado principalmente por países muy industrializados,

(*) El trabajo fue presentado en las IV Jornadas de Economía Monetaria y Sector Externo -9 y 10 de octubre de 1980- organizadas por el Centro de Estudios Monetarios y Bancarios del Banco Central de la República Argentina.

(*) Universidad Católica Argentina e Instituto Torcuato di Tella.

mientras que la flexibilidad controlada propia del sistema de minidevaluaciones ("crawling peg") -- nacido de las propuestas independientes y simultáneas de Williamson (1965), Murphy (1965), Black (1966) y de la práctica de países como Chile desde 1965 y Colombia desde 1967 -- se identificaría más con sistemas cambiarios adoptados por países en desarrollo semi-industrializados.

Como fuera señalado por Stanley Black (1979), el "crawling peg" representa una de las pocas propuestas de reforma avanzada por el mundo académico, que fue realmente adoptada en la vida real por varios países. No obstante y curiosamente la propuesta, en lugar de ser adoptada por los países industrializados a los cuales estuvo dirigida originariamente, fue adoptada por un "grupo innovativo y valiente de ministros de finanzas de países semi-industrializados" sujetos a tasas elevadas de inflación interna y cuyo objetivo inicial al aceptarla fue lograr la neutralización de los efectos externos de la inflación interna, es to es, preservar la competitividad en el mercado internacional de bienes. Esta política cambiaría pasiva, permite alcanzar la independencia de la política monetaria al hacer posible diferenciar la tasa de inflación interna de la internacional. Las experiencias de siete países que utilizaron el "crawling peg", como Argentina, Chile, Brasil, Colombia, Israel, Perú y Portugal pueden verse en Williamson (Editor) (1981).

Recién los últimos tres años presenciaron una variante en la práctica de la política del "crawling peg" en los países del Cono Sur de América Latina (Argentina, Chile y Uruguay), descrita por R. French Davis (1979), C. Díaz Alejandro (1979) y J. Gil Díaz (1980). Dicha variante está unida al preanuncio de una tabla cambiaria temporal que indujo a economistas como Mc Kinnon R. (1979) a introducir los felices adjetivos "pasivo" y "activo", al referirse al "crawling peg". El primer adjetivo, está hoy destinado a caracterizar un sistema cambiario de ajustes pequeños y frecuentes tal como fuera originariamente concebido por sus proponentes en la década de los años 1960. Por otro la

do, el adjetivo "activo" racionaliza la práctica de usar el tipo de cambio como política activa de estabilización inflacionaria (a menudo publicando tablas con ajustes pequeños, frecuentes y declinantes), desvinculándolo así del comportamiento pasivo de acompañar el sendero temporal de variables endógenas al sistema económico, como es la tasa de inflación interna en relación a la internacional, el stock de reservas, el flujo de reservas, etc.

Es hoy apreciable el número de contribuciones académicas que tratan de evaluar el impacto macroeconómico de las dos variantes del "crawling peg", con marcos analíticos dinámicos diferentes que incluyen extensiones del modelo de Mundell-Fleming o bien, extensiones del de Salter-Swan para el sector real, y admiten distintos grados de sustitución entre los activos financieros locales y extranjeros para los movimientos internacionales de capitales.

Así, a las minidevaluaciones pasivas se refieren independientemente, Martirena-Mantel (1977); Basevi y De Grauwe (1977), Rodríguez (1978), Calvo (1979)(1979); Dornbusch (1979) expandido por Musalem (1980); Black (1979); Kouri (1979); Martirena-Mantel (1979); incluyendo también los resultados de Kenen (1975) con sus extensas simulaciones de distintas fórmulas del "crawling peg". Con respecto a las minidevaluaciones activas, podemos citar Mc Kinnon (1979); Rodríguez (1979); Dornbusch (1980)(1980); Mantel y Martirena-Mantel (1980).

Sin embargo, todas estas contribuciones analíticas presentan un rasgo en común. Postulan funciones de ajuste temporal del tipo de cambio (que surgen de las propuestas originales y de la experiencia práctica en varios países), mediante la aceptación a-priori de reglas ad-hoc materializadas en ecuaciones diferenciales especiales independientes de todo criterio de optimización económica. En otras palabras, estos trabajos representan ensayos en Economía Dinámica Positiva que estudian descriptivamente las consecuencias macroeconómicas de la adopción a-priori de funciones o reglas alternativas de alteración del tipo de cam-

bio, por parte de la autoridad económica. Estas funciones toman en cuenta ya sea la reacción del Gobierno ante medi das ex-post de desequilibrio externo (minidevaluaciones pa sivas), o bien la reacción del Gobierno que acepta a prio ri la validez de la ley de un precio o arbitraje perfecto en el mercado de bienes, como instrumento de control infla cionario (minidevaluaciones activas).

El enfoque del presente trabajo alternativamente per tenece al campo de Economía Normativa, campo al cual tam bién curiosamente pertenecían las orientaciones fuertemen te normativas de las propuestas originales que buscaban dí señar y propagar la nueva política cambiaria. Trataremos de contestar la pregunta natural que surge de los resulta dos ya alcanzados por los autores mencionados: ¿Cómo debe ría moverse temporalmente la política cambiaria de modo de ser compatible con criterios alternativos de optimización económica?

El plan del trabajo es el siguiente. La Sección II presenta y justifica los criterios de estimización acepta dos frente al criterio ideal.

La Sección III presenta la estrategia analítica adop tada y justifica dos criterios de optimalidad alternativos que llamamos respectivamente "criterio del ministro de eco nomía representativo", y "criterio del óptimo de bienes tar", con una función objetivo integral cuadrática".

La Sección IV presenta algunas conclusiones y la Sec ción V o Apéndices A y B concentran el detalle algebraico del trabajo, incluyendo en su parte B la prueba de un teo rema acerca de la optimalidad de controles de realimenta ción que es utilizado en la tercera sección.

II - CONCEPTO DE OPTIMALIDAD CAMBIARIA

Al entrar en el terreno normativo surge inmediatamen

te el problema de la elección del criterio de optimización, en base al cual se concibe como óptima la política cambiaria.

Nuestro propósito es trabajar con algunos criterios alternativos de optimización ya que la forma única, exacta y universal de la función objetivo depende por un lado, de la existencia de un consenso social, difícil de alcanzar en la práctica, acerca de la forma de la función, y por el otro, de problemas complejos de elección intertemporal con horizontes infinitos no resueltos aún, como puede verse en la magnífica discusión sobre este segundo aspecto en el trabajo (y comentarios) de Koopmans (1963) presentado en el famoso semanario de la Academia Pontificia de Ciencias en los Jardines de la Ciudad del Vaticano y los desarrollos posteriores presentados por Wan (1971).

No obstante, desde el punto de vista del Bienestar Social General, el enfoque de aceptar funciones ad-hoc de reacción del Gobierno para ajustar el tipo de cambio, puede considerarse un enfoque incompleto, ya que las acepta como datos exógenos al problema de estabilización. Un gobierno que desea salvaguardar el interés social general puede legítimamente buscar algo más y hacia ese objetivo apunta nuestra investigación.

Es posible comenzar partiendo de la premisa de que lo deseable en este tema sería diseñar una función de Bienestar que refleje razonablemente los fines últimos de la actividad económica y maximizarla, sujeta a las restricciones que impone la economía positiva. Esa función de Bienestar debe expresar explícitamente juicios de valor en cuanto a los "trade-offs", entre esos fines últimos de la actividad económica, todo ello fruto de un proceso hipotético capaz de establecer una relación entre la Política (o los políticos) y los expertos analíticos.

Lo deseable sería también extender al campo del medio y corto plazo el método analítico y los resultados alcanzados en la Teoría Normativa de Economía Internacional

Real. Aquí al estudiar los problemas derivados de la existencia de distorsiones Económicas, la teoría ha elaborado un cuerpo establecido de razonamiento riguroso en estática con parada que permite demostrar el "ranking" óptimo de políticas alternativas tales como: comercio internacional libre, autarquía completa, comercio restringido con tarifas óptimas, subsidios internos, etc., capaces de resolver en su fuente esas distorsiones endógenas y que han marcado la diferencia esencial hoy aceptada entre el concepto de "comercio libre" y el de "laissez faire". Estas distorsiones surgen por ejemplo, de divergencias entre costos de oportunidad privados y sociales, como ha sido destacado en los trabajos pioneros de Meade (1955), Johnson (1965) y Cor-den (1974).

Cuando tratamos de extender criterios similares para clasificar y ordenar políticas más acordes con el corto plazo, hallamos grandes dificultades analíticas no resueltas del todo aún. El motivo es que el problema económico del corto plazo es "esencialmente dinámico" donde por definición debemos interesarnos por problemas del ajuste y no solamente en la descripción del equilibrio óptimo estático de largo plazo.

Por otra parte, tratar de entrada el problema como uno de optimización de una función de Bienestar Social, como sería la maximización de la suma descontada de las utilidades o consumos intertemporales, -dejando de lado por el momento las dificultades de lograr el consenso arriba discutido- resulta muy complejo en vista de las intrínsecas no linealidades de las restricciones que nos proporciona la Economía Positiva, en materia de economías abiertas al comercio de bienes y a los movimientos de capitales.

Por todo lo antedicho, el trabajo presente debe ser visto como una contribución a la creciente literatura sobre uso de la teoría del control determinista a la política de estabilización, ya que buscamos extender al diseño de la política cambiaría trabajos recientes como los de Turnovsky (1974), (1979); Chow (1971); Holbrook (1972); Shupp (1977), (1979).

El uso de la teoría del control en el tema general de estabilización económica fue muy recientemente revalorado desde un punto de vista práctico en un informe-estudio, en cargado por el Parlamento Británico a un Comité sobre Políticas de Optimización (1978) para evaluar sus perspectivas en la formulación práctica de políticas macroeconómicas de estabilización, reseñado por Johansen (1979) y por Shupp (1979).

Antecedente pionero del presente estudio es el trabajo de Williamson (1971) que demuestra la superioridad del criterio de maximización intertemporal de la suma descontada del consumo de la sociedad por sobre el criterio de la postulación de metas arbitrarias propio del enfoque de Meade, Tinbergen y Mundell en materia de políticas macroeconómicas en la economía abierta. Este enfoque olvida a menudo que las metas como el equilibrio interno y externos son medios para un fin y no fines en sí mismos. Al hacerlo, Williamson, aplica a este campo el complejo tema de la teoría del capital, de Ramsey y Koopmans, pero sin lograr una solución explícita, excepto en un caso muy sencillo.

Como antecedente inmediato cabe citar el interesante trabajo de Mathieson (1976) quien busca obtener la tasa secular óptima del "crawl" compatible con la Regla de Oro de la acumulación, tasa que implica alcanzar un nivel permanente y sostenible del consumo per capita en el estado ideal de ausencia de restricciones en el stock inicial de capital físico, para una economía donde se cumple la Ley de un Precio, tanto en los mercados de bienes (todos los bienes comerciados internacionalmente son sustitutos perfectos entre sí), como en los mercados de activos financieros (homogeneidad perfecta entre los activos comerciados).

Es curioso que, con un modelo positivo muy distinto, del tipo de la economía "dependiente" de Salter-Swan para el sector real, que incluye la restricción presupuestaria del Gobierno, Mantel y Martirena-Mantel (1980) obtienen idéntico resultado: el "crawl" óptimo es aquel que produce una elasticidad-interés unitaria en la demanda stock de

saldos monetarios reales. En nuestro trabajo buscamos la tasa del "crawl" que maximiza la riqueza real en el largo plazo, medida por la utilidad instantánea de la correspondiente corriente permanente del ingreso real. Esta tasa de minidevaluaciones óptima era hallada al minimizar $k = i L (i , q)$ donde k denota el costo de oportunidad de tener saldos monetarios reales por unidad de riqueza real; i la tasa nominal de interés local (igual a la tasa externa más la tasa del "crawl"); L la función de demanda stock de dinero, y q el factor de proporcionalidad en el largo plazo entre el ingreso disponible, ajustado por el impuesto inflacionario, y la riqueza. Es evidente que en ambos trabajos el concepto de la regla de oro no es necesariamente lo mejor ya que aún en el caso de poder llegar a ser una norma maximizadora de utilidad para algunas condiciones iniciales, la tasa de preferencia temporal puede alejarlo del verdadero óptimo social. Más sintéticamente, es sabido que en el sentido normativo la Sociedad no necesita restringirse a seguir senderos de la Regla de Oro (Phelps, 1965).

III - ESTRATEGIA ANALITICA

¿Cómo encararemos la estrategia específica de este estudio? 1/.

1. En un primer paso hacia la construcción de una función apropiada de bienestar social, utilizamos en forma exploratoria una función integral cuadrática, que puede ser interpretada como aproximación de una funcional más general para entornos del óptimo. Este criterio puede considerarse más general que el concepto de distancia utilizado por Mathieson y Turnovsky. El caso de minimización de la distancia con respecto al valor de equilibrio largo plazo de las minidevaluaciones activas, obtenido en un trabajo previo (Mantel y Martirena-Mantel, 1980), está incluido en este análisis como un caso especial.

En este primer paso, nuestro propósito es preguntar-

nos si es posible mediante minidevaluaciones óptimas mejorar el fenómeno del "overshooting" durante el proceso del ajuste que se genera en nuestro trabajo anterior al dejar que la economía recorra, librada a sus propias fuerzas en dógenas de ajuste temporal, el camino al equilibrio, comenzando desde una posición inicial arbitraria 2/.

¿Por qué es deseable tratar de evitar ese "overshooting"? Porque implica un costo social en términos de riqueza real y de consumo real perdidos, en ese contexto. Así, la política cambiaria óptima buscaría superar una curiosa paradoja que encontramos cuando dejamos que la economía responda automática y pasivamente a las consecuencias del "crawl" activo a la Mc Kinnon (1979), esto es, a las consecuencias de la tabla del dólar a pauta cambiaria. La política del "crawl" activo es estable y converge monotónicamente, pero al costo de un posible "overshooting". 3/.

2. En segundo lugar exploramos el problema con una función objetivo alternativa, que uno de los autores, Mantel (1971) llamó "función objetivo del ministro de Economía representativo". Se expresa mediante la maximización de la tasa de convergencia y se justifica cuando el éxito de la gestión del ministro representativo se mide en términos del muy corto plazo.

Este criterio requiere comprobar que el sistema es controlable y se satisface fijando un grado de amortiguación suficientemente elevado. Si el sistema es controlable, entonces es posible hallar una regla óptima de realimentación ("linear feedback rule") que se materializa sobre la tasa de devaluación.

Podemos preguntarnos ¿cuál es la "filosofía básica" subyacente en 1 y 2? Es posible intentar una respuesta admitiendo una proposición elemental: en general, una intervención activa en la política cambiaria es mejor que ninguna intervención, pues un Gobierno (inteligente) siempre puede actuar "como si" no interviniera en absoluto.

Dado que en última instancia, el tipo de cambio es el precio de un activo financiero propio del sistema económico, nuestro problema queda íntimamente relacionado con el hecho -demostrado en la teoría de la eficiencia intertemporal óptima- de que la introducción de activos financieros en el modelo competitivo hace "fracasar" la solución de las fuerzas del mercado 4/.

Ahora bien, antes de poder entrar de lleno en el tratamiento de los casos 1 y 2 tomando como punto de partida el modelo reducido de nuestro trabajo anterior, reconocemos inmediatamente la complejidad del problema de control involucrado que en nuestro caso incluye dos variables estado (la riqueza real y los precios relativos de los bienes no comercializables), ambos a su vez funciones de otras variables endógenas, y una variable de control (la tasa de minidevaluaciones).

En el problema que trata Turnovsky (1979) de una variable estado y una variable control, utilizando el criterio de distancia, llega a obtener una norma óptima de realimentación ("feedback rule") -que se expresa como función de los parámetros de la función objetivo (una función cuadrática)- y que es de segundo grado, fácilmente resoluble.

En nuestro caso, un enfoque equivalente nos llevaría a tener que resolver un polinomio de cuarto grado. Por lo tanto, resulta de interés evitar esta complicación invirtiendo el problema, es decir concentrarnos únicamente en la matriz (vector) de realimentación, olvidándonos de la función objetivo.

En el apéndice B se comprueba que esta inversión del problema es posible -es decir, la matriz (vector) de realimentación sintetizará el control óptimo del sistema- si y solo si el sistema resultante es estable. Esto significa que esa matriz de realimentación será compatible con alguna función objetivo o función de bienestar.

En general, serán varias las funciones de bienestar

intertemporales que maximizadas, nos proporcionan idéntica matriz (vector) de realimentación. En nuestro problema económico nos interesa relativamente más conocer la forma que tomará una gran familia de senderos óptimos, que conocen la relación exacta que vincula los senderos con la función de bienestar. Como esta última relación es muy complicada (como arriba señalamos) la obviamos con la ayuda del teorema del apéndice B que demuestra que ambas rutas son equivalentes, al tomar una aproximación cuadrática con horizonte infinito a la verdadera función de bienestar general.

¿Cómo aplicamos ese teorema al problema que nos ocupa? Como partimos del equilibrio de largo plazo del trabajo anterior resumido en el apéndice A, se satisface la condición de que la matriz S del sistema:

$$\dot{x} = S x$$

donde x denota las variables estado, sea una matriz estable, ya que allí se comprobó que la economía librada a sus propias fuerzas y sujeta a minidevaluaciones activas posee un nodo estable. Entonces al ser estable, es controlable por el único medio del control de realimentación ("feedback")M.

Es decir, para cada estado del sistema económico, sabemos cómo debe fijarse el instrumento o tasa del "crawl" π , con el estado definido en términos de las variables endógenas: precios relativos, p, y riqueza real, w, que resume todo el modelo (Apéndice A) (Notemos que a pesar de poseer solo un instrumento o control, no se viola el principio de la clasificación efectiva de mercados de Mundell derivado del principio esencialmente estático de Tinbergen).

IV - CONCLUSIONES

Este razonamiento nos permite alcanzar una conclusión interesante sobre el uso de minidevaluaciones activas como instrumento de estabilización de la inflación.

En efecto, al fijar el valor de π , o tasa del "crawl", el costo de oportunidad de poseer saldos monetarios reales k , que iguala i . $L(.)$, depende de las variables estado del sistema económico, que es estable monotónicamente. Por lo tanto, existe la regla de realimentación óptima ("óptima feedback rule") la cual -por el teorema del Apéndice B- corresponderá a algún óptimo de bienestar social.

Es fácil ver que en la función de bienestar que da origen a ese óptimo, aparecerá solamente π , la tasa de minidevaluaciones.

Por lo tanto, la pauta cambiaria resulta formalmente óptima cuando deseamos minimizar la distancia a la tabla dada, o sea cuando en la función de Bienestar Social correspondiente solo aparece esta variable. Entonces el control resulta formalmente óptimo pero, podríamos añadir, poco interesante.

El análisis nos permite inferir en cambio, que una tasa de minidevaluaciones por fórmula que depende de las variables estado del sistema económico resulta ser también óptimo.

En otras palabras, nos dice que el "crawl" pasivo a la Williamson (o a la Brasil y Colombia) resulta óptimo en un sentido más amplio que el meramente formal, al ser "generado" por una función de bienestar social más aceptable en términos económicos.

Si deseamos casos que nos llevan a funciones de bienestar social donde lo único que interesa es el nivel del instrumento, entonces la tabla desaparecería del espacio de los instrumentos interesantes.

V - APENDICES

APENDICE ANomenclatura utilizada

- i = tasa nominal local de interés
 j = tasa nominal (y real) de interés externa
 π = tasa de minidevaluaciones = E/E
 E = tipo de cambio nominal
 m = saldos monetarios reales
 z = gasto privado total real en bienes y servicios
 y = producto real
 a = ingreso real ajustado por impuesto inflacionario (pérdida de capital)
 v = $y(1 - \theta)$ producto neto de impuestos
 g = gasto público real fijo
 p = precio relativo de bienes no comercializables
 w = riqueza real total (dinero, bonos y cambio extranjero)
 $k = iL(.)$ = costo de oportunidad de poseer saldos monetarios
 ϵ = elasticidad-ingreso ajustado de demanda por dinero
 λ = elasticidad-interés de la demanda de dinero
 $\alpha = pCH/z$ = participación del gasto en bienes domésticos en gasto privado total
 $\Sigma = \frac{\log(X_H/X_T)}{\log p}$, elasticidad de sustitución utilizando la función de transformación
 μ = fracción del ingreso ajustado deseado como riqueza
 σ = coeficiente de ajuste a la riqueza deseada
 $\eta = \mu\sigma/(1 - \mu\sigma)$
 $\psi = \frac{d \log v}{a \log p}$ = participación de la producción de bienes no comercializables en el producto total
 $q = 1 / \mu$

$$\xi = \frac{\Sigma y \Psi (1 - \Psi)}{\alpha z}$$

e = k ξ (1+ η) elasticidad de k respecto al gasto privado en relación a la riqueza real

Modelo (sección III A) trabajo anterior, en moneda extranjera)

$$(1') \quad i = j + \pi$$

$$(2') \quad m = L(i, a/w) w$$

$$(3') \quad z = a + \sigma (w - \mu a)$$

$$(4') \quad v = (1 - \theta) y(p)$$

$$(5') \quad g + \alpha z / p = y'(p)$$

$$(6') \quad \dot{w} = v - i m + j w - z$$

$$(7') \quad \frac{\alpha w}{\Psi} \frac{\dot{v}}{v} = v - i m + j w - a$$

Reducción del modelo

$$\begin{aligned} \text{Definiendo } k(\pi, a/w) &\equiv i L(i, a/w) \\ &= (j + \pi) L(j + \pi, a/w) \end{aligned}$$

Substituyendo en (6') se obtiene:

$$(6'') \quad \dot{w} = v - z + (j - k) w$$

De (3') se obtiene, $a - z = \sigma (\mu a - w)$

$$= \frac{\sigma \mu}{1 - \sigma \mu} (z - q w)$$

Reemplazando en (7') tenemos (usando η de la nomenclatura y definiendo $q = 1/\eta$):

$$(7'') \quad \frac{\alpha w}{\Psi} \frac{\dot{v}}{v} = v - z + (j - k) w - \eta (z - q w)$$

Definiendo $z(v) \equiv p [y'(p) - g] / \alpha$

para la solución p de la ecuación $v = (1 - \theta) y(p)$, el sistema se reduce a:

$$(6'') \quad \dot{w} = v - z(v) + (j - k) w$$

$$(7'') \quad \dot{v} = \frac{\psi}{\alpha} \frac{v}{w} \left\{ v - (\eta + 1) z(v) + (j - k + \eta q) w \right\}$$

Estas dos ecuaciones constituyen el "sistema reducido".

- Equilibrio de largo plazo:

De (6''') y (7''') se obtiene para la solución estacionaria:

$$z = q w = v + (j - k) w$$

de modo que $q + k - j = v/w$ es positivo.

- Linearización en un entorno del equilibrio de largo plazo.

Las siguientes aproximaciones son válidas en un entorno de la solución estacionaria.

De (6'''):

$$\frac{\delta \dot{w}}{\delta w} = j - k$$

De (4') se obtiene Ψ (ver nomenclatura) y de (5') se obtiene la relación:

$$y'' = \frac{\alpha z}{p} \frac{\delta \log(\alpha z/p)}{\delta \log p}$$

Introduciendo Σ , (ver nomenclatura), se tiene:

$$\Sigma = \frac{\frac{y'}{y}}{\delta \log p} = \frac{p^2 y''}{y \Psi (1 - \Psi)}$$

$$\therefore \frac{\delta \log z}{\delta p} - 1 = \frac{\delta \log \alpha z/p}{\delta \log p} = \frac{p^2 y''}{\alpha z} = \xi \geq 0 \text{ (ver nomenclatura)}$$

En consecuencia:

$$\begin{aligned} \frac{\delta \dot{w}}{\delta w} &= 1 - \frac{\delta z}{\delta v} = 1 - z/v \frac{\delta \log z}{\delta \log v} \\ &= 1 - z/v (1 + \xi) / \Psi = 1 - q (1 + \xi) / \Psi (q + k - j) \\ &= - [q (1 + \xi) - (q + k - j) \Psi] / \Psi (q + k - j) \end{aligned}$$

De (7''') tenemos los restantes elementos del Jacobiano:

$$\begin{aligned} \frac{\delta \dot{v}}{\delta w} &= \frac{\Psi v}{\delta w} (j - k + \eta q) \\ &= \Psi (j - k + \eta q) (q + k - j) / \alpha \\ y \quad \frac{\delta \dot{w}}{\delta v} &= \frac{\Psi v}{\alpha w} \left[1 - (\eta + 1) \frac{\delta z}{\delta v} \right] \\ &= \frac{1}{\alpha} \left[\Psi (q + k - j) - (\eta + 1) q (1 + \xi) \right] \end{aligned}$$

llamando A a los cuatro elementos obtenidos del jacobiano $\frac{\delta (\dot{w} \dot{v})}{\delta (w v)}$, escribimos en consecuencia, para desvíos:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{w} \\ \dot{v} \end{pmatrix} &= A \begin{pmatrix} w \\ v \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} w \\ \Psi v / \alpha \end{pmatrix} k \\ &\equiv A \begin{pmatrix} w \\ v \end{pmatrix} + b k. \end{aligned}$$

- Tipo de cambio nominal fijado (tabla del dólar)

En este caso debe tenerse en cuenta que k depende de p y w, ya que en equilibrio de largo plazo:

$$k = i L (i, (\eta + 1) \frac{z(v)}{w} - \eta q)$$

La tasa nominal de interés está fijada por la relación (1').

En consecuencia, en un entorno del equilibrio de largo plazo, interpretando las variables como desvíos, tendremos:

$$\frac{\delta k}{\delta w} = \frac{k}{z/w} \varepsilon (\eta + 1) \left(-\frac{z}{w}\right) = -\frac{e}{w}$$

$$\frac{\delta k}{\delta v} = \frac{k}{z/w} \varepsilon (\eta + 1) \frac{z}{w} \frac{1 + \xi}{\Psi v} = \frac{e (1 + \xi)}{\Psi v}$$

El Jacobiano del sistema será:

$$J = A + b \left(-\frac{e}{w}, \frac{e (1 + \xi)}{\Psi v}\right)$$

$$= \begin{pmatrix} j - k + e & -\left[(q+e)(1+\xi) - (q+k-j)\Psi\right] / \Psi (q+k-j) \\ (j-k+e+\eta q) \frac{\Psi}{\alpha} & -\left[(q(1+\eta) + e)(1+\xi) - (q+k+j)\Psi\right] / \alpha \end{pmatrix}$$

y ha sido analizado en el trabajo anterior (1980).

- Tipo de cambio nominal administrado para lograr un grado de amortiguación óptima

Notemos que, evaluando las variables en el punto de equilibrio de largo plazo, el vector b a través del cual ejerce su influencia la variable de control k es:

$$b = -\frac{w}{\alpha} \left(\Psi (q + k - j)\right)$$

El producto Ab es proporcional a:

$$\alpha (j - k) + \Psi (q + k - j) - q (1 + \xi) - \Psi (q + k - j) / \alpha \left[\alpha (j - k + \eta q) + \Psi (q + k - j) - q (1 + \xi) (1 + \eta) \right]$$

y es independiente de b , ya que $(1 - \alpha + \xi)$ es mayor que cero, por ser α menor que 1 y ξ no negativo. ($\xi \geq 0$)

En consecuencia, el sistema es controlable pudiendo elegirse las características de estabilidad del mismo. (Mantel, 1971).

Específicamente, eligiendo para el control k la síntesis de realimentación

$$k = - (g w + f v) / w$$

el Jacobiano del sistema realimentado J es:

$$J = A + \left(\frac{1}{\alpha} \begin{pmatrix} \Psi & \\ & (q + k - j) \end{pmatrix} (g, f) \right)$$

$$= \begin{pmatrix} j - k + g & 1 + f - \frac{q(1 + \xi)}{\Psi(q + k - j)} \\ \frac{\Psi}{\alpha}(q + k - j)(\eta q + j - k + g) & \frac{\Psi}{\alpha}(q + k - j) \left[(1 + f) - \frac{q(1 + \xi)(1 + \eta)}{\Psi(q + k - j)} \right] \end{pmatrix}$$

de modo que la traza T y el determinante Δ correspondientes, se expresan como sigue:

$$-\alpha T = -\alpha \text{Tr} = q(1 + \xi)(1 + \eta) - (1 + f)\Psi(q + k - j) - (g + j - k)\alpha.$$

$$\alpha \Delta = \alpha \text{Det } J = \det \begin{pmatrix} j - k + g & (1 + f)\Psi(q + k - j) - (1 + \xi)q \\ \eta q + j - k + g & (1 + f)\Psi(q + k - j) - q(1 + \xi)(1 + \eta) \end{pmatrix}$$

$$= \eta q \left[\left[(1 + \xi) - \Psi(1 + f) \right] (q + k - j) - g(1 + \xi) \right].$$

Entonces tendremos que para que T sea negativo se requiere que:

$$\Psi (q + k - j) f + \alpha g < (\xi + \eta + \eta \xi) q + \\ + (1 - \Psi) (q + k - j) + (1 - \alpha) (j - k).$$

y un valor positivo de Δ requiere:

$$\Psi (q + k - j) f + (1 + \xi) g < (q + k - j) (1 + \xi - \Psi)$$

Estas condiciones se cumplen para valores pequeños de f y g y también para valores arbitrarios negativos de es tos dos parámetros.

APENDICE B

Optimalidad de controles de realimentación

En este apéndice se demuestra la legitimidad de inver tir el problema de control, de modo de fijar la atención en el vector (matriz) de realimentación obviando el proble ma de maximizar una función de bienestar general.

Se demuestra que la condición necesaria y suficiente para que la matriz (vector) de realimentación M sintetice el control óptimo es que la matriz del sistema resultante \hat{S} , sea estable, (posea raíces con parte real negativa).

Lo que sigue es aplicable solo a aproximaciones lineales cuadráticas de la función de bienestar (utilidad) (con horizonte infinito) en el equilibrio de largo plazo, (Brock 1975, 1975, pág. 212), y es válido para desvíos pe queños a ese equilibrio.

Supóngase que se desea maximizar la funcional

$$1) \quad v = - \frac{1}{2} \int_0^{\infty} x^T e^{-rt} f(x, u) dt$$

donde $f(x, u) = x^T P x + 2 x^T Q u + u^T R u$

es una forma cuadrática definida positiva en el vector de variables estado $x \in \mathbb{R}^n$ y el vector de variables de control $u \in \mathbb{R}^m$, sujeto a la restricción:

$$2) \quad \dot{x} = Ax + Bu ; x(0) = x_0$$

Es sabido (Mantel, 1971) que el control óptimo puede ser reintegrado por su control de realimentación:

$$3) \quad u = M' x$$

tal que el sistema:

$$4) \quad \dot{x} = Sx$$

con $S' = A + B M'$ tiene grado de amortiguación mayor que $-r/2$. Es decir, $S - \frac{r}{2} I$ es una matriz de estabilidad.

Sin sacrificio de generalidad, podemos suponer $x=0$. Tratemos de caracterizar las matrices de realimentación M que pueden sintetizar el control óptimo para alguna f .

Por lo antedicho $S = A + B M'$ deberá ser una matriz de estabilidad. Como se verá, esta condición también es suficiente.

En efecto, elíjase una matriz W positiva definida. Por el teorema de Lyapunoff, existirá una única matriz negativa definida E tal que, $W = S' E + ES$.

Elíjase R positiva definida, con elementos suficientemente grandes como para que

$$W - E B R^{-1} B' E$$

sea positiva definida.

Defínase $Q = EB - MR$

y $P = W + MRM' - MB' E - EBM'$.

Entonces $\begin{pmatrix} P & Q \\ Q' & R \end{pmatrix}$ es positiva definida, pues para (x, u) cualesquiera,

$$\begin{aligned} f(x, u) &= xPx + 2xQu + uRu \\ &= x(W - EBR^{-1}B'E)x + x(MR - EB)R^{-1}(RM' - B'E)x + \\ &+ 2x(EB - MR)u + uRu. \\ &= x(W - EBR^{-1}B'E)x + \\ &+ [RU - (RM' - B'E)x]'R^{-1}[Ru - (RM' - B'E)x] \geq 0 \end{aligned}$$

La relación se cumple con igualdad si $x = 0$ y $u = 0$.

Ahora bien, las definiciones implican:

$$\begin{aligned} P - QR^{-1}Q' &= (A' - QR^{-1}B')E + E(A + BR^{-1}Q') + \\ &+ EBR^{-1}B'E; \end{aligned}$$

$$M = (EB - Q)R^{-1}$$

relaciones que definen la matriz de realimentación óptima M para el control u para el sistema (2), maximizado para (1).

Como consecuencia, de este resultado en este trabajo se analizarán los controles de realimentación que establezcan el sistema controlado.

La condición necesaria surge de aplicar Lee y Marcus (1975), mientras que la condición suficiente es nueva. Es válido entonces concentrar la atención en M , olvidándonos de P , Q y R .

- 1/ Al embarcarnos en esta investigación, mencionamos las sugerencias y comentarios de Báez, J.C. (1979) al trabajo previo de uno de los autores y también las sugerencias y comentarios de Paolo Guedes, al trabajo previo de los dos autores.
- 2/ Una pregunta equivalente para el modelo de Dornbusch del JPE de 1976, es formulada por Turnovsky (1979).
- 3/ Notemos que en nuestra economía (1980) esencialmente es la flexibilidad de precios de bienes y factores lo que determina esa convergencia, al costo de "overshooting" y al costo adicional de largo plazo de una posible reducción en el nivel de Bienestar Social. Alternativamente, en la economía de Dornbusch (1980), con inflexibilidad de precios, es el inevitable desempleo de factores durante el ajuste, lo que esencialmente determina la convergencia de la pauta y al mismo tiempo mide su costo social. De esta forma Dornbusch reedita, desde una perspectiva nueva la inevitabilidad del trade-off entre desempleo e inflación. Una conclusión equivalente puede inferirse de Rodríguez (1979).
- 4/ Ver entre otros Mantel (1973) y la reseña extensa de Wan (1971).

Referencias Bibliográficas

- BAEZ, J.C. (1979): Comentario al trabajo "Crawling Peg System and Macroeconomic Stability", Volumen 3, Anales de la XIV Reunión Anual de la Asociación Argentina de Economía Política, (Universidad Nacional de Cuyo, Noviembre).
- BASEVI G. y DE GRAUWE P. (1977): "Vicious and Virtuous Circles. A Theoretical Analysis and a Policy Proposal for Managing Exchange Rates", European Economic Review, noviembre.
- BLACK, S. (1979): "The Analysis of Floating Exchange Rates and the Choice between Crawl and Float", en Williamson, J. (Editor), Mac Millan, London en prensa, 1981.
- BLACK, J. (1966): "A Proposal for the Reform of the Exchange Rate", Economic Journal, May.
- BROCK, W. (1975): The global asymptotic stability of optimal control: A survey of recent results", en Intriligator M. (Ed.), Frontiers of Quantitative Economics (North Holland, 1977).
- CALVO, G. (1979): "Stabilization Rules and the Managed Float: A Search for Essentials", Columbia University y Centro de Estudios Macroeconómicos de Argentina, Junio.
- CALVO, G. (1979): "An Essay on the Managed Float. The Small Country Case", Columbia University and CEMA, Julio.
- CORDEN, M. (1979): Trade Policy and Economic Welfare. Cap. 2, (Oxford University Press).
- CHOW, G. (1973): "Problems of Economic Policy form the Viewpoint of Optimal Control", American Economic Review, December.
- DIAZ, Alejandro C. (1979): Stabilization Policies in the Southern Cone", EGC Discussion Paper N° 330, Yale University.
- DORNBUSCH, R. (1979): "Exchange Rate Rules and Macroeconomic Stability", en Williamson, J. (Editor), Mac Millan, London, en prensa, 1981.
- DORNBUSCH, R. (1979): "Monetary Stabilization, Intervention and Real Appreciation", Mimeo, Bfo de Janeiro, Octubre.
- DORNBUSCH, R. (1980): "Problems of Stabilization Policy in Advanced Developing Countries", Conferencia en Memoria de Miguel Sidrauski, Primer Congreso Latinoamericano de la Econometric Society, Buenos Aires, Julio.
- DORNBUSCH, R. (1980): "Inflation Stabilization and Capital Mobility", en Villanueva, J. (Ed.) América Latina y la Economía Mundial, Segunda Conferencia OEA - ITDT, Agosto. (En prensa Instituto Torcuato Di Tella).
- FRENCH-DAVIS, R. (1979): "Exchange Rate Policies in Chile: The Experience with the Crawling Peg", en Williamson, J. (Editor), Mac Millan, London, en Prensa, 1981.
- GIL DIAZ, J. (1980): "Reforma Económica, Control Monetario y Período de Transición", Mimeo, Uruguay, febrero.
- HOLBROOK, G. (1972): "Optimal Economic Policy and the Problem of Instrument Instability", American Economic Review, March.
- JOHANSEN, L. (1979): "The Report of the Committee on Policy Optimization, U.K.", Journal of Economic Dynamics and Control, febrero.
- JOHNSON, H. (1965): "Optimal Trade Intervention in the Presence of Domestic Distortions", Cap. 8 en Bhagwati (Ed.), International Trade (Penguin Books, 1969).
- KENEN, P. (1975): "Floats, Glides and Indicators. A Comparison of Methods for Changing Exchange Rates", Journal of International Economics, May.
- KOOPMANS, T. (1963): "On the Concept of Optimal Growth", en Le Role de L'Analyse Econometrique dans la Formulation de Plans de Developpement (Study Week, Pontificiae Academiae Scientiarum Scripta Varia, Vaticano, 1963).
- KOURI, P. (1979): "Alternative Rules for Determining Crawls", in Williamson (Editor), Mac Millan, London, en prensa, 1981.
- LEE E. y MARKUS L. (1967): Foundations of Optimal Control Theory, (John Wiley & Sons).
- MANTEL, R. (1971): "Políticas de Estabilización Económica", Económica, La Plata, Mayo-Agosto.
- MANTEL, R. (1973): "Competencia Perfecta y Eficiencia en una Economía en Crecimiento", Revista de Ciencias Económicas, Temas de Economía, Abril, Junio.

- MANTEL, R. y Martirena-Mantel, A. (1980): "Exchange Rate Policies in a Small Economy. I. The Active Crawling Peg". Trabajo presentado en el Primer Congreso Latinoamericano de la Econometric Society, Buenos Aires, Julio.
- MARTIRENA-MANTEL, A. (1977): "Un Sistema Generalizado de tipos de cambio reptantes para una Economía Inflacionaria, Abierta y Pequeña", en Económica, La Plata, Septiembre - Diciembre.
- MARTIRENA-MANTEL, A. (1979): "Crawling Peg Systems and Macroeconomic Stability. The Argentine Case 1971 - 1978", en Williamson (Editor), Mac Millan, London, en prensa, 1981.
- MATHIESON, D. (1976): "Is there an Optimal Crawl?", Journal of International Economics, May.
- Mc KINNON, R. (1979): "Monetary Control and the Crawling Peg", en Williamson (Editor), Mac Millan, London, en prensa, 1981.
- MEADE, J. (1955): Trade and Welfare (Oxford University Press).
- MURPHY, J. (1965): "Moderated Exchange Rate Variability", National Banking Review, December.
- MUSALEM, A. (1980): "Monetary Disinflation, Intervention Criteria, Spread and Nontraded Goods", mimeo, Fundação Rockefeller, Bahía, Brasil, July.
- PHELPS, E. (1965): "Second Essay on the Golden Rule of Accumulation", American Economic Review, September.
- RODRIGUEZ, C. (1979): "Algunas consideraciones teóricas sobre la Estabilidad de Reglas Alternativas de Política Cambiaria", Documento de Trabajo N° 4, CEMA, Julio.
- RODRIGUEZ, C. (1979): "El Plan Argentino de Estabilización del 20 de Diciembre", Documento de Trabajo N° 5, CEMA, Julio.
- SHUPP, F. (1977): "On Optimal and Ad-hoc Stabilization Policy Rules", Economic Inquiry, 15.
- SHUPP, F. (1979): "Control Theory and Stabilization Policy. A Review of the Report of the Committee on Policy Optimisation", Journal of Economic Dynamics of Control, February.
- TURNOVSKY, S. (1974): "The Stability Properties of Optimal Economic Policies", American Economic Review, May.
- TURNOVSKY, S. (1979): "Optimal Monetary Policy under Flexible Exchange Rates", Journal of Economic Dynamics of Control, February.
- WAN, H. (1971): Economic Growth, Cap. 9 (Harcourt, Brace, Jovanovich)
- WILLIAMSON, J. (1965): "The Crawling Peg", Essays in International Finance N° 50, Princeton University, December.
- WILLIAMSON, J. (1971): "On the Normative Theory of the Balance of Payments", en Clayton G., Gilbert J., and Sedgwick J. (Editors), Monetary Theory and Policy, (Oxford University Press).
- WILLIAMSON, J. (1979): "The Crawling Peg in Historical Perspective", en Williamson J. (Editor), Mac Millan, London, en prensa, 1981.
- WILLIAMSON, J. (Editor) (1981): Exchange Rate Rules: The Theory. Performance and Prospects of the Crawling Peg. (Mac Millan, London, en prensa).