ENSAYOS ECONOMICOS
Nº 12 - Diciembre 1979

RESERVAS OPTIMAS DE UN BANCO (°)

por Eusebio Cleto del Rey*

1. INTRODUCCION

Antes de la implantación del nuevo Sistema Financiero Argentino, pero ya con alguna idea respecto a lo que él sería, empezamos a trabajar en un esquema, de carácter microeconómico, que, tomando en cuenta la distribución de los depósitos que fluyen hacia un banco en cada unidad de tiempo, nos permita analizar el comportamiento de esa clase de entidades (y aún de otras instituciones financieras) en cuanto a las reservas a mantener, en respaldo de los depósitos que reciben. De tales tareas surgieron, con anterioridad, dos artículos.

(°) Trabajo presentado en las Terceras Jornadas de Economía Monetaria y Sector Externo, 6 y 7 de setiembre de 1979, organizadas por el Centro de Estudios Monetarios y Bancarios del Banco Central de la República Argentina. En sus primeros pasos, a mediados de 1976, este trabajo se benefició con las sugerencias recibidas de los Prof. Hugo Rodríguez y Angel J. Sciara (ambos de la UNSa.). Tuvieron gran influencia sobre el desarrollo posterior de esta investigación las críticas y sugerencias aportadas por los colegas que asistieron a la sesión del día 12 de noviembre de 1976, de la XI Reunión Anual de la Asociación Argentina de Economía Política, oportunidad en la que se discutió una versión anterior de este trabajo. Agradecemos, en especial, a los que entonces actuaron como comentaristas: Prof. Raúl P. Mentz y Víctor R. Valderrábano (ambos de la U.N.T.) y Cr. Juan J. Gambina (U.N.M. del P.). En la parte matemática de desarrollos recientes hemos contado con la valiosa colaboración del Ing. Pedro J. Bernabé (UNSa.). Los últimos avances que acá se presentan reconocen su origen en los incentivos dados al autor por el Lic. Ernesto Gaba (B.C.R.A.), quien le sugirió retomar el tema. El único responsable de los errores, imperfecciones y limitaciones de este trabajo es Eusebio Cleto del Rey. (*) Departamento de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales de la Universidad Nacional de Salta.

En el primero de ellos 1/ se procede a plantear el problema que nos ocupa, y a establecer la función básica de nuestro análisis, esto es: E(C). Luego se establecen los lineamientos metodológicos para un trabajo empírico, y se los aplica a datos extraídos del Banco Provincial de Salta, Casa Central.

El otro trabajo 2/ reseña el régimen financiero instituido en nuestro país a partir de junio de 1977, para tratar luego de adaptar la expresión de E(C) a esas circunstancias institucionales. En esto último quedaron ciertos problemas sin solucionar.

En la Secc. 2 del presente trabajo se procede a plantear nuevamente la función de costos esperados, bajo supuestos distintos a los de los artículos anteriores, puesto que acá presumimos tasa nula de efectivos mínimos. Se establecen en ella, además, las condiciones necesarias y suficientes para que E(C) sea mínimo lo que implica un avance en la parte matemática del problema.

En las Secc. 3 y 4 introducimos la obligación de mantener reservas legales. En la primera de ella lo hacemos bajo supuestos muy restringidos, para pasar, en la siguiente, a realizar las modificaciones necesarias a fin de tener en cuenta las características del sistema institucionalizado en Argentina. También en ellas se llega a las condiciones de mínimo antes mecionadas.

La quinta sección está destinada a diseñar una metodología para la realización de trabajos empíricos, que es ilustrada, en lo pertinente, con los datos de nuestra primitiva monografía de 1976.

Para finalizar incluímos las "Conclusiones" a las que nuestra elaboración nos permitió arribar.

2. CASO SIN EFECTIVOS MINIMOS

Si no existiese un Banco Central, o si, existiendo éste, no exige a los bancos el mantenimiento de un mínimo de efectivo, el total de reservas que éstos constituyan serán de carácter operativo o precautorio. La única razón para que un banco tenga en su poder, en forma líquida, parte de los depósitos recibidos de sus clientes, es, ese caso, que el flujo de ingresos y egresos de depósitos no es determinísticamente predictible, obligando a la entidad a tener esas reservas, que no producen interés alguno, a fin de cubrir los eventuales egresos netos.

Nuestro problema es analizar cómo decidirá el banco el porcentaje o el tamaño de estas reservas. Para ello partimos de los siguientes supuestos: Sea la unidad de tiempo el día, y supongamos que el banco toma sus decisiones al principio de esa unidad, y que solo puede revisarlas al principio del día siguiente; supongamos, además, que: Los reembolsos de los prestatarios son vueltos a prestar de inmediato; al iniciar cada día el banco puede rehacer sus reservas (desprendiéndose de ciertos activos financieros, por ejemplo) sin sufrir pérdida de capital alguna, o puede deshacerse de ellas, prestándolas a la tasa de interés vigente; no existen efectivos mínimos (su tasa es nula), ni control por parte del Banco Central; si en determinado día los fondos extraídos por los depositantes son superiores a los fondos depositados a lo largo de esa unidad de tiempo, y si la diferencia entre esas magnitudes es superior a las reservas que tiene el banco, éste deberá pedir un préstamo a otra entidad financiera (call money), o deberá liquidar de urgencia algunos activos financieros, a costa de un cierto interés por un día o de la pérdida de algún porcentaje del capital de los activos liquidados; las pérdidas de intereses por no prestar las reservas innecesarias son calculadas por el término de un día.

Simbolicemos:

D es stock de depósitos al empezar el día.

N es el flujo neto diario de depósitos: Ingresos menos egresos por depósitos.

$n = \frac{N}{D}$

r es la tasa de reserva que decide (al comienzo del día) tener el banco.

i es la tasa diaria de interés activo. Se supone constante.

p es la tasa diaria de los préstamos entre entidades, o es el porcentaje de pérdida de capital por liquidación de activos financieros, lo que sea menor. Se supone constante.

C es el costo diario incurrido por el banco, derivado de la tenencia de reservas.

Nótese que tanto N como n son variables aleatorias, pues el valor que tomen, en determinado día, depende en principio de la influencia que, sobre la conducta de los clientes del banco, ejercen numerosas variables, poco importantes individualmente. En lo que sigue trabajaremos con n.

Puede ocurrir que, en determinado día, n tome un valor positivo: Fue mayor el ingreso por depósitos que las extracciones. Se mantuvo un stock de reservas que, al final del día, se comprueba que fue innecesario, y que solo sirvió para generar un costo en términos de intereses perdidos por no haberlo prestado. Tal costo resulta igual a:

$$C_1 = D\ r\ i$$

La esperanza parcial de este costo será:

$$\int_0^{\infty} D\ r\ i\ f(n)\ dn$$

Donde: f(n) es la función de densidad de probabilidad de la variable n.

dn denota diferencial de n.

Otra situación posible, para determinado día, es que n sea negativo, pero menor, en valor absoluto, a r: Las extracciones superaron a los ingresos por depósitos, y la diferencia fue cubierta con parte (o con el total, en el caso extremo) de las reservas, resultando innecesario el resto de éstas, que genera, por lo tanto, un costo por pérdida de los intereses que se podía haber ganado. Ese costo es:

$$C_2 = D\ (n + r)\ i$$

cuya esperanza parcial resulta:

$$\int_{-r}^{o} D\ (n + r)\ i\ f(n)\ dn$$

Por último, puede pasar que las extracciones netas de depósitos superen a las reservas mantenidas para cubrirlas, o sea que: n resulte negativo, y mayor a r, en valor absoluto. El banco deberá recurrir al call money o liquidar activos financieros, incurriendo en un costo de p por cada peso así obtenido. Ese costo es:

$$C_3 = -\ D\ (n + r)\ p$$

con esperanza parcial:

$$-\int_{-\infty}^{-r} D\ (n + r)\ p\ f(n)\ dn$$

El signo menos que antecede a este costo es necesario porque $(n + r) < 0$, bajo las condiciones del caso, pero C_3 debe tener signo positivo, al igual que C_1 y C_2.

Otra aclaración necesaria es que el límite inferior de la integral debiera ser, en rigor, -1 en lugar de $-\infty$, pues no es posible que se extraiga en neto más del 100% de los depósitos existentes al principio del día. Se prefirió utilizar la expresión que acá presentamos para evitar problemas teóricos al trabajar con la distribución normal. A los fines de la optimización y de las observaciones empíricas el asunto carece de importancia.

El valor esperado o esperanza total del costo derivado de las reservas resulta así:

$$E(C) = \int_{0}^{\infty} D\, r\, i\, f(n)\, dn + \int_{-r}^{0} D\,(n+r)\, i\, f(n)\, dn -$$

$$- \int_{-\infty}^{-r} D\,(n+r)\, p\, f(n)\, dn$$

Haciendo mínimo este valor esperado con respecto a r, encontramos el valor óptimo de esa tasa de reservas. Para ello derivamos 3/:

$$\frac{\delta E(C)}{\delta r} = D\, i \int_{-r}^{\infty} f(n)\, dn - D\, p \int_{-\infty}^{-r} f(n)\, dn$$

$$\frac{\delta^2 E(C)}{\delta r^2} = D\, i\, f(-r) + D\, p\, f(-r)$$

La condición necesaria de mínimo costo esperado se cumple para aquel valor de r para el que:

$$D\, i \int_{-r}^{\infty} f(n)\, dn - D\, p \int_{-\infty}^{-r} f(n)\, dn = 0$$

Para valores positivos de las constantes D, i y p, la derivada segunda será, generalmente, positiva. Esto no sería cierto solo en el caso en el que $f(-r) = 0$, situación que puede ser considerada como excepcional. Así, por ejemplo, si la distribución fuera la normal u otra similar (acampanada), $f(-r)$ sería positiva en el rango pertinente de variación de r. En lo que sigue suponemos que la condición de segundo orden para que E(C) sea mínimo se cumple siempre.

De la condición necesaria arriba establecida, se llega en forma inmediata a:

$$\frac{i}{p} = \frac{\int_{-\infty}^{-r} f(n)\,dn}{\int_{-r}^{\infty} f(n)\,dn}$$

Esto es: La tasa de reservas debe ser elegida de tal modo que la razón entre la probabilidad de que al banco le falten reservas para cubrir las extracciones netas y la probabilidad de que esas reservas sobren sea igual a la razón entre la tasa de interés activo y la tasa a la que esa entidad puede obtener fondos en caso de emergencia.

Tal condición, agregada al hecho de que las mencionadas probabilidades son complementarias a 1, nos permite establecer que:

$$\int_{-r}^{\infty} f(n)\,dn = \frac{p}{p + i}$$

$$\int_{-\infty}^{-r} f(n)\, dn = \frac{i}{p + i}$$

Con solo conocer las tasas i y p podemos saber qué parte de la distribución de n quedará a la derecha de la tasa óptima de reservas cambiada de signo, y qué porcentaje quedará a su izquierda.

Podemos decir más, con algunos supuestos referentes a f(n). Así, por ejemplo, si la mediana de n es nula, y si el banco puede conseguir fondos en cualquier momento a una tasa igual a su tasa activa ($p = i$), lo óptimo será no mantener absolutamente nada de reservas, o sea hacer: $r = 0$.

Si f(n) fuera la distribución normal, podemos llegar a determinar el valor óptimo de r, para valores cualquiera de p e i. Para ello obtendríamos de una tabla de la distribución normal estándar el valor de k (desvío normal estándar) que deja a su izquierda la proporción $\frac{i}{p + i}$ de la distribución, y a su derecha la proporción $\frac{p}{p + i}$ de la misma. Procederíamos luego a desestandarizar la variable del siguiente modo:

$$r = - \mu - k\, \sigma$$

Donde: r es el porcentaje óptimo de reservas: μ es la media de la distribución de n; σ es la desviación estándar de la distribución de n.

En la práctica, μ y σ son dos parámetros desconocidos. Ellos pueden ser estimados mediante los estadísticos pertinentes, pero en tal caso será necesario trabajar con la distribución t de Student en vez de la normal.

Puede resultar, en ciertos casos, un valor óptimo negativo de r. Si bien es esto aceptable desde el punto de vista matemático, carece de sentido desde el punto de vista económico. En efecto, puesto que el único tipo de reservas que tiene el banco son las operativas, r es la tasa de reservas totales, la cual, aplicada sobre D, nos da el monto de reservas totales, cuyo valor mínimo es cero: No tiene sentido decir que el total de efectivo que tendrá el banco es negativo. Si se obtuviera un resultado matemático de esa índole, lo mejor que puede hacer la entidad es no tener reservas y, por lo tanto, su verdadero óptimo será r = 0. Nótese que en las secciones siguientes de este trabajo, donde r es la tasa de exceso de reservas por arriba de los efectivos mínimos, sería aceptable una tasa óptima negativa, pues el banco puede decidirse a iniciar el día con reservas menores a las requeridas por el Banco Central.

3. CASO CON EFECTIVOS MINIMOS

Cuando el Banco Central establece requisitos mínimos de reservas, a la razón que tienen los bancos para tener un cierto stock de efectivo, que hemos mencionado al comienzo de la Secc. 2 de este trabajo, se agrega la necesidad de cumplir con esos requisitos. Pueden distinguirse, en este caso, dos tipos de reservas: a) Los "efectivos mínimos", "requerimientos mínimos de reservas" o "reservas legales", que son establecidos por el Banco Central, generalmente en forma de porcentaje a aplicar sobre el stock de depósitos; b) Las reservas operativas o precautorias, a las que, por ser un agregado voluntario a las anteriores, se las denomina "exceso de reservas".

Las que ahora nos preocupan son estas últimas. Supongamos que existe una sola tasa de efectivos mínimos y que el Banco Central controla diariamente y cobra intereses punitorios por un día, si al final de éste, el banco tiene menores reservas que las mínimas. Los otros supuestos son iguales a los de la Sección 2.

También los símbolos representan lo mismo que en la sección anterior, salvo porque necesitamos un nuevo símbolo:

r' es la tasa de efectivos mínimos que impone el Banco Central;

Y porque p tiene un significado un tanto diferente, que consideraremos a continuación.

Podemos hacer dos supuestos alternativos, que generan otras tantas interpretaciones de la tasa p: i) Quienes toman las decisiones en el banco considerado tienen información permanente, a lo largo del día, respecto a su situación de efectivos, y pueden, si es necesario, recurrir al call money, a la liquidación de activos financieros y/o al redescuento en el Banco Central: p será entonces la tasa que representa el costo de una de esas operaciones, que el banco pueda realizar, o la tasa de intereses punitorios, la que sea menor. ii) Quienes toman las decisiones en el banco solo reciben información, referente a efectivos, al final del día, de modo que a lo largo de él no pueden decidir un call money, una liquidación de activos financieros ni un pedido de redescuento: en tal caso p es la tasa de intereses punitorios.

Téngase en cuenta que el supuesto ii) resulta el más consistente con las otras presunciones, en especial con aquélla que establece que las decisiones del banco solo pueden ser tomadas al iniciar el día. Nótese, además, una diferencia con el caso presentado en la Secc. 2: El banco puede ignorar, hasta el final del día, que está en deficiencia de efectivos mínimos, pero no puede ignorar que ya no tiene circulante para atender a sus clientes, cuando esos requerimientos no existen. Por eso nos inclinamos por un supuesto distinto en esta sección que en la anterior. No consideramos el caso extremo en el cual el banco pierde tal proporción de depósitos que, existiendo efectivos mínimos, llega a agotar completamente sus reservas.

Cuando en determinado día, n tome un valor positivo, el costo por no haber prestado las reservas innecesarias será:

$$C_1 = D\left[n\ (1 - r') + r\right]\ i$$

Ahora n aparece en C_1, a diferencia de lo que ocurre en la Secc. 2. Esto se debe a que el banco puede, en este caso, decidir un r negativo, en prevención de entrada neta de depósitos, y, por ese medio, deshacerse de los fondos que ingresarán. El signo negativo de r es posible, según ya dijimos, por su carácter de exceso de reservas sobre efectivos mínimos. Como también hemos señalado, en la Secc. 2, donde r es a la vez tasa de reservas operativas y totales, el mínimo valor que puede tomar r es cero, y por lo tanto el banco no tiene medios para decidir, al comienzo del día, el préstamo de los fondos que ingresarán (en neto) durante esa unidad de tiempo.

Otra novedad, respecto a la sección anterior, es que n está multiplicada por (1 - r'). Esto refleja el hecho de que, ante un aumento en los depósitos, una parte de los fondos ingresados va a engrosar las reservas legales, en respaldo a ese incremento de depósitos. También en C_2 y C_3 aparece el factor (1 - r'), como veremos más abajo, porque al disminuir los depósitos quedan liberadas reservas legales por un monto igual a la disminución multiplicada por r'.

La esperanza matemática parcial de C_1 es:

$$\int_0^\infty D\left[n\ (1 - r') + r\right]\ i\ f(n)\ \ dn$$

bajo el supuesto de que $r > 0$.

Si nuestra variable aleatoria n toma valores negativos, entre cero y $-\frac{r}{1 - r'}$ (supuesto $r > 0$), el costo será:

$$C_2 = D\ \left[n\ (1 - r') + r\right]\ \ i$$

Con esperanza parcial:

$$\int_{-\frac{r}{1-r'}}^{0} D \left[n\ (1 - r') + r\right]\ i\ f(n)\ dn$$

Si sumamos las esperanzas parciales de C_1 y C_2, obtenemos:

$$\int_{-\frac{r}{1-r'}}^{\infty} D \left[n\ (1 - r') + r\right]\ i\ f(n)\ dn$$

Cuando el banco cae en la situación de deficiencia de efectivos mínimos tendremos:

$$- \int_{-\infty}^{-\frac{r}{1-r'}} D \left[n\ (1 - r') + r\right]\ p\ f(n)\ dn$$

La esperanza total será, en este caso:

$$E(C) = \int_{-\frac{r}{1-r'}}^{\infty} D \left[n\ (1 - r') + r\right]\ i\ f(n)\ dn -$$

$$- \int_{-\infty}^{-\frac{r}{1-r'}} D \left[n\ (1 - r') + r\right]\ p\ f(n)\ d\ n$$

Si bien hemos desarrollado este valor esperado bajo el supuesto de $r > 0$, para facilitar las explicaciones, la expresión matemática obtenida funciona perfectamente en el caso en que $r < 0$.

Derivando la expresión anterior:

$$\frac{\delta E(C)}{\delta r} = D\, i \int_{-\frac{r}{1-r'}}^{\infty} f(n)\, dn - D\, p \int_{-\infty}^{-\frac{r}{1-r'}} f(n)\, d\, n$$

$$\frac{\delta^2 E(C)}{\delta r^2} = \frac{D\, i}{1-r'} \quad f\left(-\frac{r}{1-r'}\right) + \frac{D\, p}{1-r'} \quad f\left(-\frac{r}{1-r'}\right)$$

La condición de óptimo es, en este caso:

$$\frac{i}{p} = \frac{\displaystyle\int_{-\infty}^{-\frac{r}{1-r'}} f(n)\, d\, n}{\displaystyle\int_{-\frac{r}{1-r'}}^{\infty} f(n)\, d\, n}$$

Que es formalmente igual a la de la Sección 2, salvo porque el límite de integración es ahora $-\frac{r}{1-r'}$.

Con el mismo procedimiento que en la mencionada sección obtenemos:

$$\int_{-\frac{r}{1-r'}}^{\infty} f(n)\, dn = \frac{p}{p+i}$$

$$\int_{-\infty}^{-\frac{r}{1-r'}} f(n)\ dn = \frac{i}{p+i}$$

Todo lo afirmado en la Sección 2 con respecto a los resultados que acabamos de presentar, a la derivada segunda, a los resultados que podemos obtener con supuestos referentes a f(n) y al uso de la distribución normal, sigue siendo válido.

En este último caso, o sea el de distribución normal, cambia la fórmula de desestandarización:

$$r = (-\mu - k\ \ \sigma)\ (1 - r')$$

es la nueva forma.

Nótese que, dadas las mismas tasas i y p y la misma distribución de n, obtenemos un r menor en este caso que en aquél sin efectivos mínimos, no solo bajo el supuesto de normalidad sino con cualquier forma de distribución, siempre que la varianza sea finita. Esto se debe a que la variable considerada aquí es n (1 - r'), la cual tiene menor variabilidad que n, que es la pertinente en la Sección 2.

4. ADAPTACION DE LA TEORIA AL SISTEMA FINANCIERO ARGENTINO

En esta Sección trataremos de reformular la teoría presentada en las anteriores, a fin de tener en cuenta las complicaciones que introducen ciertas características institucionales del actual sistema financiero argentino.

Puesto que el Banco Central de la República Argentina establece una tasa uniforme de efectivos mínimos (salvo para los depósitos con un cien por ciento de reservas, que no es nuestro interés analizar), estaremos en el caso de la Sección 3, con las reformas requeridas en cada situación.

4.1. Penalidades por las deficiencias en los requisitos mínimos de reserva.

En el sistema vigente existe una escala de tasas de interés punitorio y, pasados ciertos límites de reincidencia en las deficiencias de efectivos mínimos, el Banco Central puede imponer penas y controles que no toman la forma de una tasa de interés 4/. A continuación estudiaremos este problema, suponiendo para ello que ésta es la única diferencia entre el sistema existente y el supuesto por nosotros.

El establecimiento de una escala de tasas punitorias no altera el planteo de la función del valor esperado de los costos. En cada unidad de tiempo la entidad financiera bajo estudio tendrá en cuenta, como tasa p, a aquella tasa de interés punitorio (si aceptamos el supuesto ii) de la sección anterior) que le corresponda, según sea el número y la forma de las reincidencias en deficiencias de efectivos mínimos en las que ya haya incurrido. Esto es aplicable hasta antes de haber incurrido en la segunda reincidencia seguida o en la quinta alternada. En tal caso, no se afecta la forma de E(C), sino la naturaleza de p, que no será la misma para todos los bancos en un momento dado, y puede cambiar para determinada entidad a través del tiempo; pero es una constante en la minimización de la función mencionada, pues no cambia al cambiar r.

Una vez producida la tercera falencia seguida el costo de caer nuevamente por abajo de los efectivos mínimos no es únicamente el pago de los intereses punitorios a la tasa que fije el Banco Central, sino que a ello se ha de agregar el costo de someterse a un plan de regularización y a controles adicionales del Banco Central. En tanto esos costos sean medibles en dinero, pueden ser introducidos en nuestra función E(C).

Si, ya en vigencia el plan de regularización y saneamiento, el banco incurre en una nueva deficiencia de efectivos, esto le traerá como consecuencia fuertes penalidades, cuyo costo en dinero puede ser considerado en nuestra función.

En estos dos últimos casos el costo esperado sería:

$$E(C) = \int_{-\frac{r}{1-r'}}^{\infty} D \left[n\,(1 - r') + r \right] i \quad f(n)\, d\, n -$$

$$- \int_{-\infty}^{-\frac{r}{1-r'}} \left\{ D \left[n\,(1 - r') + r \right] p - G \right\} f(n)\, d\, n$$

Donde: G simboliza los gastos y costos, valuados en dinero, surgidos de las sanciones adicionales a los intereses punitorios.

Si la penalidad en la que incurriría al reincidir en deficiencias de efectivos fuera el cierre de la entidad, podría considerarse a p como nula, quedando sólo G en el segundo sumando de la fórmula. G sería, en tal caso, la suma del lucro cesante actualizado, más los gastos de liquidación, más otros costos.

Cuando, para encontrar el mínimo, derivamos:

$$\frac{\partial E(C)}{\partial r} = D\,i \int_{-\frac{r}{1-r'}}^{\infty} f(n)\,dn \;-\; D\,p \int_{-\infty}^{-\frac{r}{1-r'}} f(n)\,dn \;-$$

$$-\frac{G}{1-r'} \quad f\left(-\frac{r}{1-r'}\right)$$

$$\frac{\delta^2 E(C)}{\delta r^2} = \frac{Di}{1-r'} \quad f\left(-\frac{r}{1-r'}\right) + \frac{D\,p}{1-r'}\, f\left(-\frac{r}{1-r'}\right) -$$

$$-\frac{G}{1-r'} \quad \frac{\delta f\left(-\frac{r}{1-r'}\right)}{\delta r}$$

Igualando la derivada primera a cero obtenemos la ecuación:

$$D\,i \int_{-\frac{r}{1-r'}}^{\infty} f(n)\,dn - D\,p \int_{-\infty}^{-\frac{r}{1-r'}} f(n)\,dn - \frac{G}{1-r'}\, f\left(-\frac{r}{1-r'}\right) = 0$$

El tercer sumando del primer miembro, en el que figura la función de densidad de n valuada para el valor $-\frac{r}{1-r'}$ de la variable, impide que se resuelva esta ecuación como lo hicimos con las similares de las Secciones 2 y 3. Resulta así difícil decir algo a priori, esto es, antes de conocer la forma de f(n), respecto a cómo determinar r.

Otra dificultad se presenta con la derivada segunda de la función de costos esperados. Los dos primeros suman dos son definidamente positivos, para los valores aceptables de las constantes y siempre que $f(-\frac{r}{1-r'})$ no sea nula; pero el tercer sumando puede tener cualquier signo, pues uno de sus factores es la derivada de f(n). Tal signo depende, a su vez, de la forma de la distribución (incluso el valor de sus parámetros) y del nivel de r "óptimo". Nada nos garantiza que, siendo negativo, ese último sumando no sea, en valor absoluto, igual o mayor que los otros. No sabemos a priori si estamos o no ante un mínimo.

4.2. Cuenta "Regulación Monetaria"

La existencia de la Cuenta "Regulación Monetaria" introduce dos complicaciones a nuestro esquema: a) Las tasas a tener en cuenta no son i y p, como en la Sección 3, sino que ellas deben ser corregidas por cargos o compensaciones; b) De lo anterior surgen tasas diferentes para los diversos tipos de depósitos, lo que obliga a trabajar con varios sumandos en la expresión de E(C), correspondiendo un par de ellos a cada clase de depósitos. Sin embargo, la condición de equilibrio que se obtiene es similar a la de la Sección 3.

Trabajaremos con los mismos supuestos de la Sección 3, a los que agregaremos: Que existe la Cuenta "Regulación Monetaria"; que la unidad de aplicación de cargos y compensaciones es el día; que nuestro banco recibe únicamente dos tipos de depósitos: Cuentas corrientes y plazo fijo no ajustable. Este último supuesto será abandonado luego, al generalizar los resultados para todo tipo de depósitos.

También los símbolos de la mencionada Sección son mantenidos, y a ellos se agregan:

D_1 es stock de depósitos en cuenta corriente al empezar el día.

D_2 es stock de depósitos a plazo fijo al empezar el día.

n_1 es tasa diaria de cambio de los depósitos en cuenta corriente.

n_2 es tasa diaria de cambio en los depósitos a plazo fijo.

c es la tasa diaria de cargo por uso de la capacidad prestable proveniente de depósitos a la vista.

c' es la tasa diaria de compensación por la tenencia de efectivos mínimos correspondientes a los depósitos a plazo fijo.

D y n mantienen su significado originario, esto es, simbolizan stock total de depósitos al comienzo del día, y cambio de este stock total, respectivamente.

Por lo tanto, será cierto que:

$$D = D_1 + D_2$$

$$n = \frac{D_1}{D} n_1 + \frac{D_2}{D} n_2$$

Pasamos a analizar los costos resultantes de las reservas en exceso.

Tenemos primero el caso en el que:

$$-\frac{r}{1 - r'} < n < \infty$$

En este caso la institución bancaria pierde los intereses que podría haber ganado sobre las reservas innecesarias que tiene al final del día, o sea:

$$D\left[n\ (1 - r') + r\right] i = D_1 \left[n\ (1 - r') + r\right] i \ +$$
$$+ D_2 \left[n\ (1 - r') + r\right] i$$

Pero por otra parte, por no haber prestado $D\left[n\ (1 - r') + r\right]$, el banco no paga cargo sobre la fracción de ese exceso de reservas (al final del día) asignable a cuentas corrientes. Tal asignación se realiza a prorrata, en base a la capacidad prestable generada por cada clase de depósitos. Cuando todos los tipos de depósitos están sujetos a una misma tasa de efectivos mínimos, como nosotros hemos supuesto 5/, prorratear con el criterio de la capacidad prestable es igual a prorratear de acuerdo al stock de depósitos. Así, asignamos a cuentas corrientes una fracción de las reservas no utilizadas, al final del día, de:

$$D\left[n\ (1 - r') + r\right] \frac{D_1\ (1 + n_1)}{D\ (1 + n)} =$$
$$= D_1 \left[n\ (1 - r') + r\right] \frac{1 + n_1}{1 + n}$$

puesto que: $D_1\ (1 + n_1)$ es el stock de depósitos en cuenta corriente al final del día; $D\ (1 + n)$ es el stock total de depósitos al final del día.

El ahorro de cargo, a descontar del costo anterior es, entonces:

$$D_1 \left[n\ (1 - r') + r\right] \frac{1 + n_1}{1 + n}\ c$$

De donde resulta que el costo neto incurrido por no haber prestado las reservas innecesarias es:

$$C_1 = D_1 \left[n\ (1 - r') + r \right] (i - \frac{1 + n_1}{1 + n} c) +$$
$$+ D_2 \left[n\ (1 - r') + r \right] i$$

Esta formulación presenta el muy serio inconveniente de que C_1 depende de dos variables aleatorias; n y n_1; las cuales aparecen en un cociente y no son independientes entre sí. Esto trae como consecuencia que resulte muy complicado encontrar la esperanza parcial de este costo. Una forma de salvar este escollo es suponer que la estructura de los depósitos no cambia mucho a lo largo de un día, o, lo que es equivalente, en este caso, que $\frac{1 + n_1}{1 + n}$ es aproximadamente igual a la unidad. En tal caso no se comete un grave error calculando:

$$C_1 = D_1 \left[n\ (1 - r') + r \right] (i - c) +$$
$$+ D_2 \left[n\ (1 - r') + r \right] i$$

Cuando acontece que:

$$- \infty < n < - \frac{r}{1 - r'}$$

Pagará intereses punitorios por:

$$- D \left[n\ (1 - r') + r \right] p = - D_1 \left[n\ (1 - r') + r \right] p -$$
$$- D_2 \left[n\ (1 - r') + r \right] p$$

En el caso de depósitos en cuenta corriente deberá, además, pagar cargo sobre el uso de los fondos provenientes de la deficiencia de efectivos mínimos. Esta deficiencia se prorratea, entre los distintos tipos de depósitos, en base al efectivo mínimo exigido sobre ellos, lo cual equivale a prorratear con el stock final de depósitos como criterio, cuando hay una sola tasa de reservas legales. Esto adiciona al costo:

$$- D_1 \left[n \ (1 - r') + r \right] \frac{1 + n_1}{1 + n} \ c$$

Los depósitos a plazo fijo, por su parte, no reciben compensación sobre la deficiencia de efectivos mínimos, por lo cual el banco pierde:

$$- D_2 \left[n \ (1 - r') + r \right] \frac{1 + n_2}{1 + n} \ c'$$

El costo total de caer por abajo de los efectivos mínimos es, bajo nuestro supuesto de poco cambio en la estructura de los depósitos, aproximadamente:

$$\begin{aligned} C_2 = & - D_1 \left[n \ (1 - r') + r \right] \ (p + c) - \\ & - D_2 \left[n \ (1 - r') + r \right] \ (p + c') \end{aligned}$$

El valor esperado del costo resulta así:

$$E(C) = \int_{-\frac{r}{1 - r'}}^{\infty} D_1 \left[n \ (1 - r') + r \right] \ (i - c) \ \ f(n) \ d \ n +$$

$$+ \int_{-\frac{r}{1-r'}}^{\infty} D_2 \left[n \, (1 - r') + r \right] \; i \; f(n) \, d\, n -$$

$$- \int_{-\infty}^{-\frac{r}{1-r'}} D_1 \left[n \, (1 - r') + r \right] \; (p + c) \; f(n) \, d\, n -$$

$$- \int_{-\infty}^{-\frac{r}{1-r'}} D_2 \left[n \, (1 - r') + r \right] \; (p + c') \; f(n) \, d\, n$$

Derivando a fín de encontrar el costo mínimo tendremos:

$$\frac{\delta \; E(C)}{\delta r} = D \, (i - \frac{D_1}{D} \; c) \int_{-\frac{r}{1-r'}}^{\infty} f(n) \; d\, n -$$

$$- D \, (p + \frac{D_1}{D} \, c + \frac{D_2}{D} \, c') \int_{-\infty}^{-\frac{r}{1-r'}} f(n) \; d\, n$$

Si llamamos:

$$i' = \frac{D_1}{D} \, c$$

$$p' = \frac{D_1}{D} c + \frac{D_2}{D} c'$$

Podemos escribir:

$$\frac{\delta E(C)}{\delta r} = D \,(i - i') \int_{-\frac{r}{1-r'}}^{\infty} f(n) \, d\, n \; -$$

$$- D \,(p + p') \int_{-\infty}^{-\frac{r}{1-r'}} f(n) \, d\, n$$

Igualando a cero esta derivada se obtiene, como condición de mínimo costo:

$$\frac{i - i'}{p + p'} = \frac{\displaystyle\int_{-\infty}^{-\frac{r}{1-r'}} f(n) \;\; d\, n}{\displaystyle\int_{-\frac{r}{1-r'}}^{\infty} f(n) \;\; d\, n}$$

Que es similar a las de las Secciones 2 y 3, por lo que podemos trabajar en igual forma que en ellas, para encontrar el valor óptimo de r.

La condición de segundo orden se cumple para los valores normales de las distintas constantes, ya que:

$$\frac{\delta^2 E(C)}{\delta r^2} = \frac{D\ (i - i')}{1 - r'} \quad f(- \frac{r}{1 - r'}) \ +$$

$$+ \frac{D(p + p')}{1 - r'} \quad f(- \frac{r}{1 - r'})$$

es, en tal caso, positiva, en las condiciones establecidas en las secciones anteriores.

Estos resultados son fácilmente generalizables para tomar en cuenta la existencia de todo tipo de depósitos. Basta con redefinir las tasas i' y p', para poder utilizar las mismas condiciones de óptimo.

En su forma más general, i' debe ser considerada como un promedio ponderado de las tasas de cargo que pesan sobre los diferentes tipos de depósitos. Las ponderaciones estarían dadas por la participación relativa de cada tipo de depósitos en el total de éstos, o, si el banco tuviera depósitos con el cien por ciento de reservas, por la participación relativa en la capacidad prestable generada. Nótese que a los depósitos no sujetos a cargo (estén o no sujetos a compensación) se les asignará tasa nula en este promedio.

Por su parte, p' es el promedio ponderado de las tasas de cargo y de compensación, todas ellas tomadas con signo positivo. Las ponderaciones estarían dadas por la participación relativa de cada tipo de depósitos en el total de éstos, o la participación relativa en el total de efectivos mínimos exigidos, si hubiere depósitos con tasa diferencial de reservas mínimas. En cada caso se tomará la tasa de cargo o de compensación que corresponda a ese tipo de depósitos, salvo en el caso de depósitos a plazos sin compensación (caja de ahorros común). Cuando el banco cae por abajo de los efectivos mínimos no solamente incurre en el costo de pagar intereses punitorios sobre la deficiencia correspondiente al tipo de depósitos mencionados, sino que pierde compensación, debido a que la deficiencia de los depósitos a plazos sin compensación es reasignada a los otros depósitos a plazos. Como tasa para esta clase de depósitos, a tomar en nuestro promedio, debemos utilizar un promedio ponderado de las tasas de compensación correspondientes a los depósitos entre los que se prorratea la deficiencia.

4.3. Control por promedios mensuales.

Evidentemente, la característica del actual régimen financiero que mayores problemas introduce en nuestro esquema es el control y la aplicación de tasas, por parte del Banco Central, en base a promedios simples de los stocks de fin de cada día del mes calendario. Tal método nos obliga a abandonar nuestro supuesto de control y aplicación de tasas diarias, y nos invalida la función de costos esperados diarios. Por otra parte, no podemos cambiar, simplemente, la unidad de tiempo, para tomar como tal el mes, en lugar del día, porque los stocks utilizados no son los de fin de mes, sino los promedios, según ya dijimos. La única solución es trabajar con las medias mensuales pertinentes, lo cual nos permite llegar a un resultado no muy satisfactorio, pues deja sin considerar facetas interesantes del asunto.

Establezcamos los supuestos en los que se basará nuestro análisis. La unidad de tiempo es el día, en cuanto a que el banco toma sus decisiones al principio de esa unidad y sólo puede revisarlas al principio del día siguiente. Los reembolsos de los prestatarios son vueltos a prestar de inmediato. Al iniciar cada día el banco puede rehacer sus reservas sin sufrir pérdida de capital alguna, o puede deshacerse de ellas, prestándolas a la tasa de interés vigente. Existe una sola tasa de efectivos mínimos. El Banco Central controla por medio de los promedios simples de los saldos de final de cada día, por mes calendario, y cobra intereses punitorios por un mes, si resulta que el banco tuvo menores reservas que las mínimas (calculadas en base a la media de los depósitos). Los intereses perdidos por no prestar, los cargos y las compensaciones se calculan en base a los mencionados promedios.

Simbolicemos:

N_t es el flujo neto de los depósitos totales, correspondiente al día t.

R_t es el stock de reservas en exceso que el banco decide tener, al comienzo del día t.

i tiene el mismo significado que en las secciones anteriores, salvo porque ahora es una tasa mensual. Se la supone constante a lo largo del mes.

p es una tasa mensual, con significado similar al de la correspondiente tasa diaria de secciones anteriores. En el caso que ahora consideramos, sin embargo, resulta pertinente utilizar el supuesto i) que, para interpretar a p, hicimos en la Sección 3. Necesitamos reformar un tanto tal supuesto: Cuando trabajamos con promedios mensuales resulta conveniente considerar que quienes toman las decisiones en el banco bajo estudio tienen, a lo largo del mes, información respecto a su situación de efectivos y pueden, si es necesario, recurrir al call money, a la liquidación de activos financieros y/o al redescuento en el Banco Central. p será entonces la tasa que representa el costo de una de esas operaciones, que el banco pueda realizar, o la tasa de intereses punitorios, la que sea menor. Supongamos que esta tasa permanece constante.

i' y p' son los promedios de tasas mensuales de cargo y/o compensación, según corresponda (Ver Sección 4.2). Las ponderaciones se obtienen a partir de los promedios de stocks de las distintas clases de depósitos, calculados con los valores que éstos toman al final de cada día. Se supone que no hay gran cambio, a lo largo del mes, en la estructura de los depósitos.

Trabajemos con un mes de treinta días, para facilitar la exposición. Definamos:

$$\overline{N} = \frac{1}{30} \sum_{t=1}^{30} N_t$$

$$\overline{R} = \frac{1}{30} \sum_{t=1}^{30} R_t$$

Además:

r' es, como antes, la tasa de efectivos mínimos. Se supone constante.

C es ahora el costo mensual, incurrido por el banco, derivado de la tenencia de reservas.

En el caso que aquí consideramos debemos apartarmos un tanto de la forma en la que hemos trabajado en las secciones anteriores: No utilizaremos n y r, o sus medias, sino los promedios de N y R, según acabamos de definirlos, para plantear nuestra función del valor esperado del costo. Ello se debe a que, si quisiéramos proceder de un modo similar a como lo hicimos hasta aquí, tendríamos dentro de las integrales a

$\overline{D} = \dfrac{1}{30} \displaystyle\sum_{t=1}^{30} D_t$, donde: D_t es el stock total de depósitos al iniciarse el día t. Este promedio $\overline{D}$ es, en este caso, una variable aleatoria, que complica enormemente la minimización de E(C).

Veamos con más cuidado lo dicho al final del párra fo anterior. Cuando trabajamos con la función diaria de costos esperados, D es el stock inicial de depósitos, que no depende del flujo de depósitos de ese día, y que, por lo tanto, es considerado como una constante. Podemos así trabajar con n o con N, pues pasamos de una a otra variable multiplicando por una constante. Por la misma razón podemos sacar a D fuera de las integrales. De entre los sumandos utilizados para obtener $\overline{D}$, podemos considerar como constante a D_1, pero no a $D_2 = D_1 + N_1$, ni a $D_3 = D_1 + N_1 + N_2$, etc., pues estamos considerando a los N_t como variables aleatorias. Siendo algunos de los D_t aleatorios también lo será $\overline{D}$.

Surgen también problemas, en el caso considerado, para definir un $\overline{r}$, pues se nos introduce la aleatoriedad donde quisiéramos tener una proporción sujeta a la decisión del banco, pues tal promedio sería ponderado, en base a D_t.

Por eso escribimos el valor esperado del costo en base a los promedios mensuales de los niveles pertinentes. Esto es:

$$E(C) = \int_{-\frac{\overline{R}}{1-r'}}^{\infty} \left[\overline{N}(1 - r') + \overline{R}\right] (i - i') \; f(\overline{N}) \; d\overline{N} -$$

$$- \int_{-\infty}^{-\frac{\overline{R}}{1-r'}} \left[\overline{N}(1 - r') + \overline{R}\right] (p + p') \; f(\overline{N}) \; d\overline{N}$$

El proceso de minimización no presenta diferencias sustanciales con los anteriores, arribándose a la siguiente condición de equilibrio:

$$\frac{i - i'}{p + p'} = \frac{\displaystyle\int_{-\infty}^{-\frac{\bar{R}}{1-r'}} f(\bar{N})\, d\bar{N}}{\displaystyle\int_{-\frac{\bar{R}}{1-r'}}^{\infty} f(\bar{N})\, d\bar{N}}$$

Con la cual se puede determinar $\bar{R}$ por los procedimientos considerados en las otras secciones.

La condición de segundo orden, para que el punto encontrado corresponda a un mínimo, no introduce ninguna dificultad adicional.

Nótese que ahora hemos llegado al nivel promedio óptimo de reservas en exceso, en lugar de encontrar la tasa óptima. El hecho de que se trate de un nivel, en vez de una tasa no es ninguna limitación, pero sí lo es el hecho de que sea un promedio.

En efecto, conocidos r', i, p, i', p' y $f(\bar{N})$, podemos saber cual es el promedio de excesos de reservas que, a lo largo del mes, le conviene al banco tener. Nada sabemos respecto a la estrategia que seguirá el banco dentro del mes, ya que el mismo promedio es compatible con infinitas secuencias diferentes para los valores de R_t, entre el primero y el último día de cada mes. Dicho en otras palabras, queda en el aire la pregunta: Para un dado $\bar{R}$ ¿Existen sucesiones de R_t mejores que otras?

Esta pregunta se hace aún más interesante si elimi namos algunos de los supuestos de nuestro análisis, como por ejemplo el de constancia de i y p a lo largo del mes, o si introducimos otros elementos, como ser las expectativas o la posibilidad de influir en los N_t por la vía de variaciones en las tasas pasivas de interés.

5. METODOLOGIA PARA EL TRABAJO EMPIRICO

En la Sección 2 de este trabajo y también, por referencias a ella, en las Secciones 3 y 4, se presentan algunas ideas para trabajar empíricamente en el tema que nos ocupa. Allí decíamos que, conocidas i y p (e i' y p', si fuera pertinente) podemos saber qué parte de la distribución de n queda a cada lado de $-r$ (o de $-\frac{r}{1-r'}$) y, con ayuda de una tabla de la mencionada distribución, obtener el valor de r óptimo. El problema empírico implícito es determinar qué forma tiene f(n), y cuál es el valor de sus parámetros. Explícitamente hemos establecido que, si f(n) es la distribución normal, nuestro problema se reduce a estimar la media y la varianza, y a usar t de Student, si la muestra no es suficientemente grande.

Con anterioridad, en un trabajo sobre el mismo tema 6/, nos hemos preocupado en realizar un test de la bondad del ajustamiento de una curva normal a la distribución de frecuencias de n, proveniente de datos tomados del Banco Provincial de Salta, Casa Central, correspondientes a 1975 y 1976. En él también nos preocupamos en analizar los factores que pueden alejarnos de la distribución normal, ya que el test antes mencionado evidenciaba un muy mal ajustamiento.

A diferencia de lo dicho en los párrafos inmediatos anteriores, en la presente sección no nos preocuparemos por saber cuál es la distribución teórica que corresponde a determinado conjunto de datos que poseamos, sino que, por el contrario, supondremos que no hemos podido encontrar distribución alguna que ajuste bien a nuestro histograma, y desarrollaremos un método de trabajo adecuado a esta situación.

5.1. Función empírica de costos esperados.

Hemos observado el valor de n, correspondiente a determinada entidad bancaria, en numerosos días. Ese conjunto de datos nos permite construir una distribución de frecuencias con intervalos de clase. Tal distribución de frecuencias es una aproximación discreta a f(n), que es continua, pues n tiene ese carácter.

Simbolicemos:

n_j es el punto medio del intervalo de la clase j de nuestra distribución.

f_j es la frecuencia relativa correspondiente a la clase j de nuestra distribución.

j es subíndice que identifica cada clase. $j = 1, 2, \ldots, k$.

k es el número total de clases.

m identifica a aquella clase que tiene a $-\frac{r}{1 - r'}$ como límite superior de su intervalo.

Los otros símbolos significan lo mismo que en secciones anteriores.

Trabajaremos aquí y en 5.2 y 5.3, con los supuestos de la Secc. 3. Los resultados obtenidos son fácilmente extensibles a los otros casos, salvo, en algunos aspectos, a 4.1 y a 4.3. Las dificultades que crea el control por promedios mensuales (Secc. 4.3) son expresamente considerados en 5.4.

Nuestra función empírica de costos esperados puede ser expresada como:

$$E(C) = \sum_{j=m+1}^{k} D \left[n_j \quad (1 - r') + r \right] \; i \; f_j \; -$$

$$- \sum_{j=1}^{m} D \left[n_j \quad (1 - r') + r \right] \; p \; f_j$$

Puesto que en este caso no podemos utilizar el cálculo diferencial, para encontrar el mínimo de esta función, debemos recurrir a otros métodos para lograrlo.

Una primera aproximación se puede obtener haciendo sucesivamente m igual a 1, 2,...,k, y calculando en cada caso E(C), de acuerdo a la fórmula que acabamos de establecer. Hecho ésto, será posible elegir el menor de entre esa sucesión de niveles de E(C), y a la clase que fue tomada como m para generar ese mínimo valor llamarla definitivamente m, igualando su extremo superior a $-\frac{r}{1 - r'}$, para encontrar el óptimo. En otras palabras, el método consiste en proponer varios valores para r, eligiéndolos de un modo tal que cada uno de ellos genere un $-\frac{r}{1 - r'}$ coincidente con el extremo superior de un intervalo de la distribución de frecuencias. Así, cada valor de r elegido generará un m y, por lo tanto, un nivel de E(C). Elegimos entonces, como r óptimo, aquél que genere el menor nivel de esta última variable.

El método propuesto en el párrafo anterior es muy burdo, pues sólo nos permite aproximarnos al verdadero valor de r óptimo, con un error que depende, entre otras cosas, de la longitud del intervalo de clase elegido. Una forma de mejorar nuestra aproximación sería, pues, disminuir en lo posible la longitud mencionada. Existe una limitación para aplicar tal procedimiento, consistente en que, a medida que elegimos extremos más próximos para nuestros intervalos, se incrementa el número de clases, disminuyen las frecuencias absolutas que corresponden a cada una de ellas, dado el tamaño de la muestra, y corremos el riesgo de quedarnos sin frecuencias en algunas clases.

Otra forma de mejorar nuestro cálculo de r óptimo es el siguiente: Una vez encontrado el extremo superior del intervalo de clase que da a E(C) el menor valor (de entre los calculados con los distintos extremos superiores), procedemos a explorar en las proximidades de ese valor, a fin de refinar nuestra estimación de $-\frac{r}{1-r'}$, (y, por lo tanto, de r) óptimo. Esto conduce a interpolar dentro de los intervalos de clase adyacentes al primitivo y burdo punto de óptimo, tratando de aproximarnos al mínimo de la función. Para ello subdividimos esos intervalos en subintervalos, asignando entre éstos las frecuencias correspondientes en proporción a la longitud de los mismos, lo cual nos permite asignar a $-\frac{r}{1-r'}$ valores interiores a los intervalos de clase, e ir, por sucesivas aproximaciones, hacia el mínimo de E(C).

5.2. Método directo de minimización.

Un modo más directo de llegar al mínimo de E(C) cuando su expresión está planteada como en la sección inmediata anterior, es utilizar los resultados obtenidos en nuestro desarrollo teórico. Para ello podemos proceder como se describe a continuación.

Según los resultados obtenidos en Sección 3, y en forma semejante en otras secciones de este trabajo:

$$\int_{-\infty}^{-\frac{r}{1-r'}} f(n)\, d\, n = \frac{i}{p+i}$$

Independientemente de cuál sea la forma de f(n).

Esto nos sugiere la siguiente idea: Sumemos las frecuencias relativas de las clases de nuestra distribución empírica, empezando por $j = 1$, y siguiendo con valores crecientes de este subíndice hasta aproximarnos lo más que sea posible a $\frac{i}{p+i}$, de modo que además, se cumpla:

$$\sum_{j=1}^{S} f_j \geqslant \frac{i}{p+i}$$

Donde: S es la clase tal que con la inclusión de f_s a la sumatoria obtenemos su valor más aproximado a $\frac{i}{p+i}$.

Dicho en otras palabras, el paso anterior consiste en obtener $\sum_{j=1}^{S} f_j$ tal, que sea la mejor aproximación por exceso a $\frac{i}{p+i}$.

Sabemos que el valor óptimo de $-\frac{r}{1-r'}$ está en el interior de S, pues, por definición, esta clase cumple la condición arriba impuesta. Esto no sería cierto solo en el caso en que la sumatoria coincida exactamente con la probabilidad teórica a la que tratamos de aproximarnos, pero en tal caso queda resuelto nuestro problema, pues el límite superior de S es el valor óptimo buscado. En todos los otros casos necesitamos interpolar dentro de S, para obtener el resultado final.

Simbolicemos:

h es la longitud del intervalo de la clase S.

n'_s es el límite superior del intervalo de la clase S.

Calculamos:

$$- \frac{r}{1 - r'} = n'_s - x$$

De donde:

$$r = (- n_s + x)\ (1 - r')$$

Siendo:

$$x = \frac{\sum_{j=1}^{S} f_j - \frac{i}{p + i}}{f_s} \cdot h$$

Este método fue puesto a prueba del siguiente modo. Con la distribución de frecuencias de n correspondiente al Banco Provincial de Salta, anteriormente mencionada, y que transcribimos en la sección siguiente, trabajamos por tanteo, según lo explicado en Sección 5.1, hasta encontrar la tasa r que minimiza E(C), con valores supuestos de i y p. Aplicamos posteriormente, a esos mismos datos, el método de interpolación aquí propuesto, y obtuvimos exactamente el mismo r óptimo.

5.3. Ejemplo de aplicación del método directo.

Presentamos acá un ejemplo de cálculo de la tasa óptima de reservas en exceso, con el fin de facilitar la comprensión del método propuesto en la Sección 5.2., al que hemos denominado: Método directo de minimización.

A tal fin, utilizaremos la distribución de frecuencias correspondientes a 376 observaciones de n, realizadas entre el 2 de enero de 1975 y el 30 de julio de 1976, en la Casa Central del Banco Provincial de Salta, y en depósitos en cuentas corrientes de particulares. Esta distribución es la misma que hemos presentado en un trabajo anterior 7/, salvo porque entonces llamamos d a lo que ahora simbolizamos n, porque d estaba expresada en porcentajes y n se expresa en tanto por uno y porque anteriormente presentamos las frecuencias absolutas observadas y ahora trabajamos con las relativas.

Tal distribución de frecuencias es la siguiente:

Clase Nº	Intervalos de clase Variable n	Frecuencias relativas observadas
1	Menos de - 0,16	0,00532
2	De - 0,16 a menos de - 0,12	0,01330
3	De - 0,12 a menos de - 0,08	0,04787
4	De - 0,08 a menos de - 0,04	0,10904
5	De - 0,04 a menos de 0	0,32713
6	De 0 a menos de 0,04	0,29788
7	De 0,04 a menos de 0,08	0,09574
8	De 0,08 a menos de 0,12	0,04787
9	De 0,12 a menos de 0,16	0,01596
10	De 0,16 o más	0,03389
	Total:	1,00000

Supondremos que la tasa de interés activo a la que este banco puede prestar es del 0,24% diario, y que si en determinado día incurre en deficiencia de efectivos mínimos el Banco Central le cobra 0,4% de intereses punitorios por un día. Tomamos el 27% como tasa de efectivos mínimos. Entonces:

$$i = 0{,}0024 \qquad p = 0{,}004 \qquad r' = 0{,}27$$

El primer paso para la aplicación del método directo es calcular:

$$\frac{i}{p + i} = \frac{0{,}0024}{0{,}004 + 0{,}0024} = 0{,}375$$

En nuestra distribución de frecuencias sumamos las frecuencias relativas de la primera clase ($j = 1$) a la de la segunda ($j = 2$), etc., hasta exceder, con esta sumatoria, a 0,375. Paramos el proceso en la primera clase en la que este exceso ocurre, o sea cuando tenemos:

$$\sum_{j=1}^{5} f_j = 0{,}50266$$

Puesto que:

$$\sum_{j=1}^{4} f_j = 0{,}17553 < 0{,}375$$

En tal caso será: $S = 5$ y $n'_5 = 0$. Por otra parte, la frecuencia relativa de la clase S es:

$$f_5 = 0,32713$$

Con todos estos elementos, y observando que la amplitud del intervalo de clase es: h = 0,04, podemos calcular:

$$x = \left(\frac{0,50266 - 0,375}{0,32713}\right) 0,04 = 0,01561$$

$$r = 0,01561\ (1 - 0,27) = 0,01140$$

Puesto que el extremo superior de la clase S es nulo.

En palabras: La tasa óptima de exceso de reservas es, en el caso considerado, del 1,14%.

Creemos que no es ocioso señalar que lo que aquí hemos presentado no tiene otro carácter que el de un mero ejercicio numérico ilustrativo, que nada tiene que ver con ninguna situación real. Si bien la distribución de frecuencias fue elaborada con observaciones verdaderamente efectuadas, el tiempo transcurrido desde su obtención y los cambios institucionales ocurridos la tornan obsoleta 8/. Por otra parte, corresponde a cuentas corrientes de particulares, pues cuando se realizó el relevamiento pensábamos que era necesario trabajar con cada clase de depósitos por separado. Hoy hubiéramos tomado depósitos totales, y esto en dos sentidos: a) En cuanto a que sea la sumatoria de todos los tipos de depósitos existente en el banco; b) En cuanto a que estén comprendidas Casa Central y sucursales. Respecto a los otros elementos del cálculo, téngase en cuenta que las tasas de interés son presuntas y que la tasa de efectivos mínimos no es la vigente. Además, hemos trabajado con los supuestos de la Sección 3, que excluyen la Cuenta "Regulación Monetaria" y el control por promedios mensuales.

5.4. Dificultades derivadas del control por promedios mensuales.

Ya hemos señalado, en la Sección 4.3.de este trabajo, que el hecho de que el Banco Central de la República Argentina controle los efectivos mínimos y aplique las tasas pertinentes en base a promedios simples mensuales de los stocks, resta precisión a nuestros resultados teóricos. En esta sección veremos que, adicionalmente, ese sistema de control crea dificultades en la elaboración empírica.

Nuestra variable aleatoria es $\bar{N}$, en el caso que consideramos. El primer inconveniente que esto presenta es la necesidad de deflacionar nuestra variable antes de construir la distribución de frecuencias que necesitamos, pues de lo contrario estaríamos tomando en ella mediciones realizadas en unidades monetarias de poder adquisitivo variable. En un proceso inflacionario como el de nuestro país resultaría una tendencia a que las observaciones, sin deflacionar, de los meses más antiguos se concentraran en las clases más próximas a cero, y a que las de los meses más recientes se ubicaran en los extremos. Cuando trabajamos con n ese problema desaparece, pues la división por D implica una forma de deflación. La necesidad de trabajar con $\bar{N}$ trae consigo la de elegir un número índice adecuado para llevar a precios constantes los flujos de depósitos bancarios.

Un problema más grave aún que el señalado en el párrafo anterior es la dificultad para obtener un suficiente número de observaciones de $\bar{N}$, en determinada entidad bancaria, para construir una distribución de frecuencias confiable. En efecto, la observación de un año y siete meses bastó para construir la distribución que ilustra nuestro trabajo numérico, con 376 observaciones de n, mientras que en el mismo lapso solo hubiéramos obtenido 18 valores de $\bar{N}$. Para tener igual número de datos necesitaríamos, en este último caso, más de 31 años de actividad de la entidad. El largo tiempo necesario para realizar las observaciones introduce un nuevo factor de heterogeneidad: Las condiciones institucionales y las circunstancias de otro tipo en las que se desenvuelve el banco pueden haber cambiado drásticamente entre el primero y el último dato.

Quizás la única salida que queda es conformarnos con una muestra relativamente pequeña, y suponer distribución normal, sin que esté a nuestro alcance realizar un test de esa hipóteis de trabajo.

6. CONCLUSIONES

La Sección 2 de este trabajo nos permite concluir que:

1) La tasa óptima de reservas depende de la relación existente entre la tasa que representa el costo alternativo de los fondos no prestados (i) y la tasa a la que el banco puede conseguir los fondos en una emergencia (p).

2) Depende también de la variabilidad de n. Cuando más variable sea n mayor será la tasa óptima, dadas i y p.

3) Dadas f(n) y p, al crecer i disminuye r óptima, pues se incrementa la probabilidad que debe quedar a la izquierda de - r, valor éste que se acerca entonces a cero.

4) Ceteris paribus, a mayor p corresponderá mayor r óptima, por la razón inversa a la expresada en 3).

5) r depende en forma inversa de la media de n. Cabe esperar, sin embargo, que ese parámetro sea nulo.

Cuando introducimos los efectivos mínimos, en Sección 3, debemos modificar las conclusiones anteriores del siguiente modo:

1') La tasa p es la de intereses punitorios.

2') Cuando más variable sea n mayor será el valor absoluto de r. Nótese que esta tasa puede ser negativa, en este caso.

3') $\frac{-r}{1-r'}$ puede ubicarse a la derecha de cero y, a medida que i es mayor, alejarse del origen hacia infinito. Esto implica que r puede ser negativo.

Además podemos decir que:

6) Dados los valores de todas la variables arriba consideradas, r depende de r'. La minimización de E(C) determina, en tal caso, un valor para $-\frac{r}{1-r'}$, y a partir de él obtendremos r, que resultará más cercano a cero cuanto mayor sea r'.

7) De 6) surge que: Si r es positiva, un aumento de r' se verá, en parte, compensado por una disminución de r , y viceversa, en su efecto sobre el multiplicador monetario. Si r es negativa, un aumento de r' se verá reforzado por un incremento de r, en su efecto sobre ese multiplicador.

Pasando a la Sección 4, vemos que las penalidades crecientes con el número de reincidencias (4.1) nos permiten decir:

8) A mayor número de reincidencias en la deficiencia de efectivos mínimos ya incurridas por la entidad, mayor tenderá a ser r, ceteris paribus, pues mayor será p.

La cuenta "Regulación Monetaria" es considerada en 4.2, y los resultados obtenidos permiten afirmar:

9) A mayores tasas de cargo el banco tenderá a tener mayor r óptima, pues esas tasas se restan (en promedio) de i y se suman (en promedio) a p.

10) Aumentos en las tasas de compensación harán incrementar, ceteris paribus, a r, pues ellas se suman (en promedio) a p.

Las Secciones 4.3 y 5.4 nos dicen que:

11) Cuando el control por parte del Banco Central se realiza por promedios mensuales, las conclusiones anteriores son aún válidas por cuanto señalan la tendencia de $\overline{R}$ ante cambios en otras variables, pero queda buena parte del fenómeno fuera de nuestro análisis.

12) El trabajo empírico se realiza, cuando existe el mencionado modo de control, en condiciones menos confiables que en los otros casos.

El resto de la Sección 5 (excluida 5.4):

13) Nos provee de un sistema para estimar r óptima, cuando no conocemos la forma teórica de la distribución de n. Esto sugiere una interesante tarea ulterior: Estudiar las características de este estimador.

Apéndice matemático

Para facilitar la tarea de los lectores, en especial la de los menos versados en matemáticas, consideramos conveniente mostrar cómo hemos llegado a las derivadas presentadas en este trabajo. Consideraremos en detalle la derivada primera de Sección 2, ya que las otras se obtienen por una técnica similar.

Los principios fundamentales en las que ellas se basan son:

$$\text{Si } Y = \int_a^X f(Z)\, d\, Z \qquad \text{será: } \frac{\delta Y}{\delta X} = f(X)$$

$$\text{Si } V = \int_X^b f(Z)\, d\, Z \qquad \text{será: } \frac{\delta V}{\delta X} = -\, f(X)$$

Donde: V, X, Y y Z son variables; a y b son constantes.

La función de costo esperado de Sección 2 es:

$$E(C) = \int_0^\infty D\, r\, i\, f(n)\, d\, n + \int_{-r}^0 D\, (n + r)\, i\, f(n)\, d\, n -$$

$$- \int_{-\infty}^{-r} D\, (n + r)\, p\, f(n)\, d\, n$$

Que también puede ser escrita:

$$E(C) = D\, r\, i \int_0^\infty f(n)\, d\, n + D\, i \int_{-r}^0 n\ f(n)\, d\, n +$$

$$+ D\,r\,i \int_{-r}^{0} f(n)\,dn - D\,p \int_{-\infty}^{-r} n\,f(n)\,dn -$$

$$- D\,r\,p \int_{-\infty}^{-r} f(n)\,dn$$

Al derivar el valor esperado de C con respecto a r debe tenerse en cuenta que primero derivamos la integral de cada sumando respecto a su extremo, - r, y que a esa derivada debemos multiplicarla por $\frac{d\,(-r)}{d\,r} = -1$.

Nótese, además, respecto a los sumandos tercero y quinto de la última expresión de E(C), que de cada uno de ellos surgen dos sumandos para la derivada que buscamos, pues son productos de funciones de r.

Así:

$$\frac{\delta E(C)}{\delta r} = D\,i \int_{0}^{\infty} f(n)\,dn - D\,r\,i\,f(-\,r) +$$

$$+ D\,\dot{i} \int_{-r}^{0} f(n)\,dn + D\,r\,i\,f(-\,r) -$$

$$- D\,r\,p\,f(-\,r) - D\,p \int_{-\infty}^{-r} f(n)\,dn \;+$$

$$+ D\,r\,p\;\;f(-\,r)$$

Eliminando los sumandos iguales en valor absoluto, pero de signos opuestos:

$$\frac{\delta E(C)}{\delta r} = D\ i \int_{0}^{\infty} f(n)\ d\ n + D\ i \int_{-r}^{0} f(n)\ d\ n\ -$$

$$- D\ p \int_{-\infty}^{-r} f(n)\ d\ n$$

Sacando factor común D i y sumando las integrales queda:

$$\frac{\delta E(C)}{\delta r} = D\ i \int_{-r}^{\infty} f(n)\ d\ n - D\ p \int_{-\infty}^{-r} f(n)\ d\ n$$

Que es la que figura en nuestra Sección 2.

1/ del Rey, Eusebio Cleto, "Porcentaje Optimo de Reservas de un Banco", Asociación Argentina de Economía Política, XI Reunión Anual, Tomo I, Salta, 1976.

2/ del Rey, Eusebio Cleto, "Los Efectivos Mínimos en el Nuevo Sistema Financiero Argentino", Federación Argentina de Consejos Profesionales en Ciencias Económicas, Trabajos Presentados al 2º Congreso para Profesionales en Ciencias Económicas, Volumen 1, Mendoza, 1978.

3/ Véase el Apéndice Matemático, al final de este trabajo.

4/ Véase: del Rey, E.C., "Los Efectivos ...", opus cit, pág. 118/21 y pág. 129/30. Hubo una reforma posterior, a la mecánica de las escalas, que no afecta nuestro desarrollo del tema.

5/ En el sistema financiero argentino actual no es exactamente así, pues hay depósitos sujetos al cien por ciento de encaje mínimo.

6/ del Rey, E.C., "Porcentaje Optimo ...", opus cit, pág. 9.5/9.11. En ese trabajo simbolizamos con d lo que aquí simbolizamos con n.

7/ Ibídem, pág. 9.7.

8/ No tenemos, en este momento, la posibilidad de realizar nuevas y más adecuadas observaciones.